Exemplar für Prüferinnen und Prüfer

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2026

Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüferinnen und Prüfer**

Bundesministerium
Bildung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Als Hilfsmittel darf die vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebene Formelsammlung für die SRP in Mathematik verwendet werden. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikation (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) und kein Zugriff auf Eigendaten möglich ist. Um zu gewährleisten, dass ausschließlich eigenständige Leistungen erbracht werden, ist jegliche Verwendung KI-basierter Anwendungen bzw. Software, sowohl online als auch offline, unzulässig.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatin bzw. des Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/-in 1			Kandidat/-in 2			Kandidat/-in 3			Kandidat/-in 4			Kandidat/-in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Louvre-Museum

a) Für die Eintrittskarten für das Louvre-Museum gilt für einen bestimmten Tag:

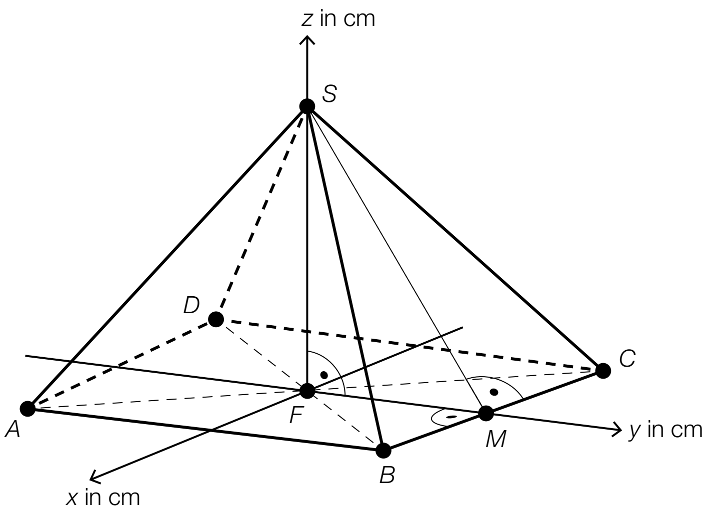
- Eine Eintrittskarte kostet beim Kauf im Internet x Euro.
- Eine Eintrittskarte beim Kauf an der Kassa ist um 2 Euro teurer als eine Eintrittskarte beim Kauf im Internet.

Für diesen Tag wurden 15 000 Eintrittskarten verkauft.
Die Gesamteinnahmen hieraus betragen 245.000 Euro.
Zwei Drittel dieser Eintrittskarten wurden an der Kassa verkauft, die restlichen Eintrittskarten wurden im Internet verkauft.

1) Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung von x auf.

b) Im Innenhof des Louvre-Museums steht eine Glaspyramide.

In der unten stehenden Abbildung ist ein Modell der Louvre-Pyramide in einem dreidimensionalen Koordinatensystem dargestellt.
Die Eckpunkte A, B, C und D dieser Pyramide mit quadratischer Grundfläche liegen in der xy-Ebene.
Der Punkt F liegt im Koordinatenursprung.
Der Punkt M liegt auf der positiven y-Achse und halbiert die Strecke BC.



Für einen Winkel α gilt: $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{\overline{CS}^2 - \overline{CM}^2}}{\overline{BS}}$

1) Kennzeichnen Sie α in der obigen Abbildung.

Für das obige Modell gilt: $\overline{AB} = 3$ cm und $\overline{FS} = 5$ cm

2) Geben Sie die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{CS}$ an.

Lösung zur Aufgabe 1

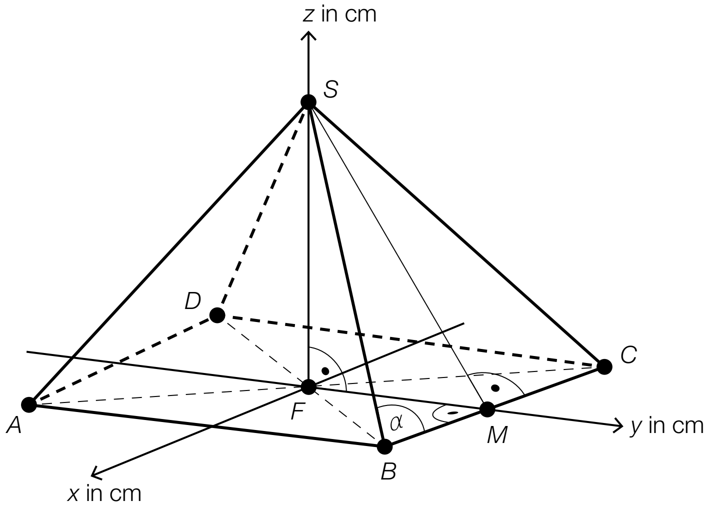
Louvre-Museum

a1) $245\,000 = 15\,000 \cdot \frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 15\,000 \cdot \frac{1}{3} \cdot x$

oder:

$x = 15$

b1)



Auch ein Kennzeichnen des Winkels α an einer anderen Stelle in der Abbildung ist als richtig zu werten.

b2) $C = (-1{,}5\,|\,1{,}5\,|\,0)$
$S = (0\,|\,0\,|\,5)$

$\overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ -1{,}5 \\ 5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2

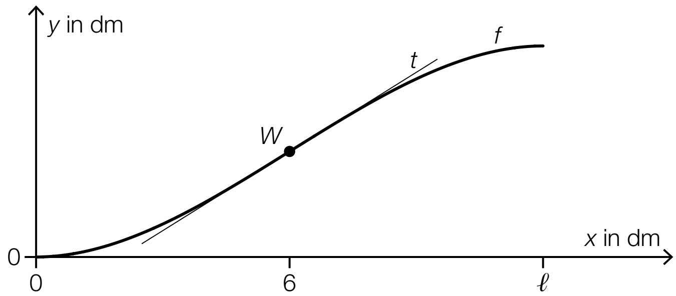
Skatepark

In einem bestimmten Skatepark gibt es Rampen und Kuppen.

a) Der Verlauf einer bestimmten Rampe kann modellhaft durch die Polynomfunktion f beschrieben werden.

$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq \ell$

In der nachstehenden Abbildung ist der Verlauf dieser Rampe modellhaft in der Ansicht von der Seite dargestellt.



An der Stelle $x = 6$ hat f den Wendepunkt W.

Für die Tangente t an f im Wendepunkt W gilt:

$t(x) = 0{,}625 \cdot x - 1{,}25$

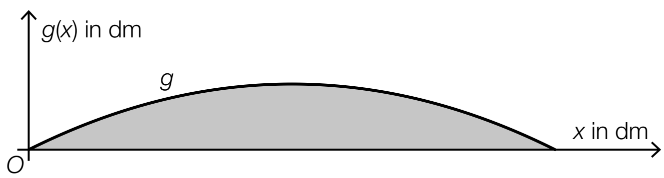
1) Erstellen Sie mithilfe der obigen Informationen zu W ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

An den Stellen 0 und ℓ verlaufen die Tangenten an f jeweils horizontal.

2) Geben Sie für das Intervall $[0; \ell]$ die Grenzen desjenigen Bereichs an, in dem alle Werte der 1. Ableitung von f liegen.

__________ $\leq f'(x) \leq$ __________

b) In der nebenstehenden Abbildung ist der Querschnitt einer bestimmten Kuppe modellhaft dargestellt.



$g(x) = -\frac{1}{16} \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot x$

x, $g(x)$ ... Koordinaten in dm

1) Berechnen Sie den Flächeninhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

Lösung zur Aufgabe 2

Skatepark

a1) $f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $f(6)$ $(= t(6)) = 2{,}5$
II: $f'(6) = 0{,}625$
III: $f''(6) = 0$

oder:

I: $a \cdot 6^3 + b \cdot 6^2 + c \cdot 6 = 2{,}5$
II: $3 \cdot a \cdot 6^2 + 2 \cdot b \cdot 6 + c = 0{,}625$
III: $6 \cdot a \cdot 6 + 2 \cdot b = 0$

a2) $0 \leq f'(x) \leq 0{,}625$

b1) $g(x) = 0$ *oder* $-\frac{1}{16} \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot x = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 0$
$x_2 = 8$

$\int_0^8 g(x)\,\mathrm{d}x = 5{,}33...$

Der Flächeninhalt der grau markierten Fläche beträgt rund 5,3 dm^2.

Aufgabe 3

Radioaktivität

a) Es wird der Zerfall eines bestimmten radioaktiven Isotops gemessen. Die Masse dieses Isotops beträgt zu Beginn der Messung 10 mg.
99 Jahre nach Beginn der Messung sind 8 mg dieses Isotops zerfallen.

Die noch vorhandene Masse des Isotops in Abhängigkeit von der Zeit kann durch die Exponentialfunktion N modelliert werden.

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für den Beginn der Messung
$N(t)$ ... noch vorhandene Masse des Isotops zum Zeitpunkt t in mg

1) Stellen Sie eine Gleichung der Exponentialfunktion N auf.

b) Ein anderes radioaktives Isotop hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren.

Mario behauptet: „Nach 60 Jahren sind nur noch 10 % der Anfangsmasse dieses radioaktiven Isotops vorhanden."

1) Begründen Sie, warum Marios Behauptung falsch ist.

c) Beim Zerfall eines weiteren radioaktiven Isotops wird Gammastrahlung frei. Die Intensität von Gammastrahlung wird, wenn sie Beton durchdringt, verringert.

Die Intensität der Gammastrahlung in Abhängigkeit von der Dicke des Betons kann durch die Funktion I beschrieben werden.

$I(d) = I_0 \cdot e^{-0{,}05545 \cdot d}$

d ... Dicke des Betons in cm
$I(d)$ ... Intensität der Gammastrahlung bei der Dicke d
I_0 ... Anfangsintensität der Gammastrahlung

Im Zuge eines Experiments wird eine Betonwand mit der Dicke $d = 20$ cm von Gammastrahlung durchdrungen.

1) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Anfangsintensität der Gammastrahlung nach dem Durchdringen dieser Betonwand noch vorhanden sind.

Lösung zur Aufgabe 3

Radioaktivität

a1) $10 - 8 = 10 \cdot a^{99}$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$N(t) = 10 \cdot 0{,}9838...^{t}$

oder:

$2 = 10 \cdot e^{-\lambda \cdot 99}$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$N(t) = 10 \cdot e^{-0{,}01625... \cdot t}$

b1) Nach 30 Jahren sind noch 50 % der Anfangsmasse vorhanden, nach 60 Jahren sind also noch 25 % der Anfangsmasse vorhanden. Daher ist diese Behauptung falsch.

c1) $I(20) = I_0 \cdot e^{-0{,}05545 \cdot 20}$
$e^{-0{,}05545 \cdot 20} = 0{,}329...$

Es sind noch rund 33 % der Anfangsintensität der Gammastrahlung vorhanden.

Aufgabe 4

Gezinkte Würfel

Ein sogenannter *gezinkter Würfel* ist ein Spielwürfel, der so manipuliert wurde, dass bei einem Wurf nicht alle Augenzahlen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten.

Sandra verwendet für ein bestimmtes Spiel die drei gezinkten 6-seitigen Würfel A, B und C, die jeweils mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 beschriftet sind.

a) In der nachstehenden Tabelle sind die Anzahlen der geworfenen Augenzahlen für den Würfel A angegeben.

geworfene Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Anzahl	k	l	m	10	14	25

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel A nach einem Wurf die Augenzahl 6 zeigt, wird mit p_A bezeichnet.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Schätzwerts für p_A auf. Verwenden Sie dabei k, l und m.

p_A = ____

b) Für den Würfel B gilt: Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf die Augenzahl 6 zu werfen, beträgt 20 %.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 5 Würfen höchstens 1-mal die Augenzahl 6 geworfen wird.

c) Für den Würfel C gilt: Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf die Augenzahl 6 zu werfen, ist größer als 0.

Sandra wirft den Würfel C 10-mal.

Gegeben sind die nachstehenden Ereignisse:

E_1 … „bei den ersten beiden dieser 10 Würfe zeigt der Würfel jeweils die Augenzahl 6, bei den weiteren 8 Würfen zeigt er jeweils nicht die Augenzahl 6“
E_2 … „bei genau 2 dieser 10 Würfe zeigt der Würfel jeweils die Augenzahl 6“

Sandra behauptet: „Das Ereignis E_2 tritt mit höherer Wahrscheinlichkeit ein als das Ereignis E_1.“

1) Begründen Sie mithilfe des Binomialkoeffizienten, warum Sandras Behauptung richtig ist.

Lösung zur Aufgabe 4

Gezinkte Würfel

a1) $p_A = \frac{25}{k + l + m + 10 + 14 + 25}$

oder:

$p_A = \frac{25}{k + l + m + 49}$

b1) X ... Anzahl der Würfe, bei denen die Augenzahl 6 geworfen wird

Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = 0{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 1) = 0{,}7372...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 73,7 %.

c1) Für das Ereignis E_2 gibt es $\binom{10}{2} = 45$ mögliche (gleichwahrscheinliche) Ausgänge. Das Ereignis E_1 beschreibt nur 1 dieser Ausgänge, da die Reihenfolge vorgegeben ist.

Das Ereignis E_2 tritt daher mit höherer Wahrscheinlichkeit ein als das Ereignis E_1.