

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

Mathematik

9. Mai 2014

Teil-2-Aufgaben



--

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 2 enthält fünf Aufgaben mit je zwei bis drei Teilaufgaben, wobei alle Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Ihnen stehen dafür insgesamt *150 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift! Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgaben dieses Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Blätter! Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes verwendete Blatt! Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an!

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch!

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die aus dem Unterricht gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter.

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen. Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet. Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits **freie Antwortformate**, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:
Gegeben sind zwei Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ordnen Sie den Gleichungen die entsprechenden Bezeichnungen zu!

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

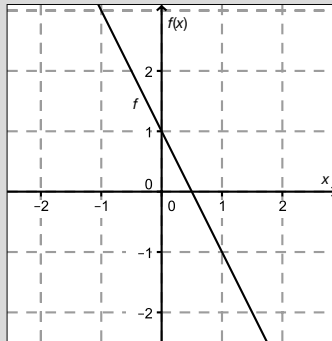
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	☐
$2 + 2 = 2$	☐
$3 + 3 = 3$	☐
$4 + 4 = 8$	☒
$5 + 5 = 5$	☐
$6 + 6 = 6$	☐

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 3$	☐
$4 + 4 = 8$	☒
$5 + 5 = 5$	☐

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

$1 + 1 = 2$	☒
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 6$	☒
$4 + 4 = 4$	☐
$5 + 5 = 10$	☒

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:

Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung ^① _____ wird als Zusammenzählung oder ^② _____ bezeichnet.

①		②	
$1 - 1 = 0$	☐	Multiplikation	☐
$1 + 1 = 2$	☒	Subtraktion	☐
$1 \cdot 1 = 1$	☐	Addition	☒

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☐
$5 + 5 = 9$	☒

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☒
$5 + 5 = 9$	☐

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer! Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabe 1

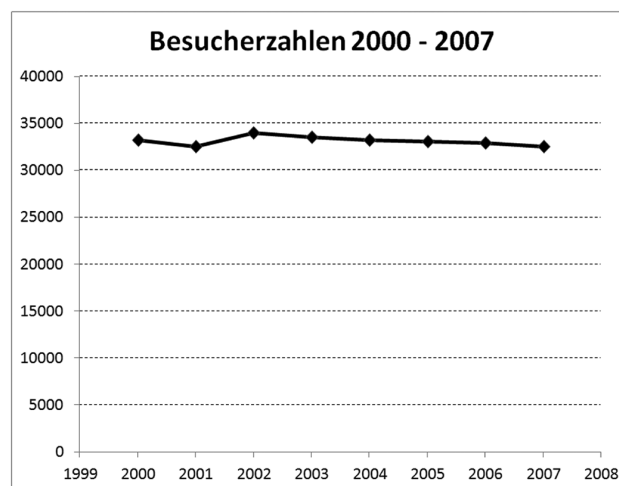
Hallenbad

Das örtliche Hallenbad einer kleinen Gemeinde veröffentlicht Anfang 2008 in der Gemeindezeitschrift eine Statistik über die jährlichen Besucherzahlen und die Anzahl der offenen Tage für die letzten acht Jahre:

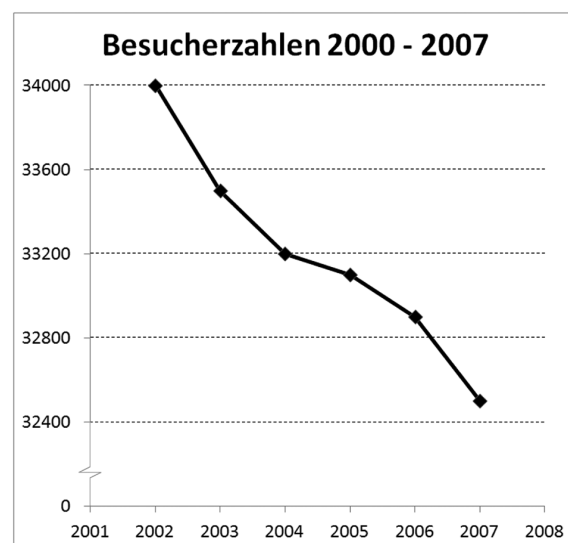
Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Besucherzahlen	33 200	32 500	34 000	33 500	33 200	33 100	32 900	32 500
offene Tage	197	192	200	195	193	190	186	180

Das Hallenbad bedarf einer Renovierung. Im Gemeinderat steht nun die Entscheidung an, ob Geld in das Hallenbad investiert oder das Hallenbad geschlossen werden soll.

Im Vorfeld der Entscheidung veröffentlichen zwei örtliche Gemeinderatsparteien – Partei A und Partei B – folgende Diagramme in ihren Parteizeitschriften:



Partei A



Partei B

Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie für jede Partei eine passende Botschaft an, die mit dem jeweiligen Diagramm bezogen auf die Entwicklung der Besucherzahlen transportiert werden soll!

Partei A: _____

Partei B: _____

- b) Partei B hat bei der grafischen Darstellung verschiedene Manipulationen eingesetzt, um die Entwicklung der Besucherzahlen aus ihrer Sicht darzustellen.

Beschreiben Sie zwei dieser angewandten Manipulationen!

- c) ☐ A Ermitteln Sie die Besucherzahlen pro Öffnungstag (gerundet auf eine Nachkommastelle) für die entsprechenden Jahre!

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Besucher/innen pro Tag								

Formulieren Sie eine dazu passende Aussage in Bezug auf die bevorstehende Entscheidung im Gemeinderat!

Aufgabe 2

Zustandsgleichung idealer Gase

Die Formel $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ beschreibt modellhaft den Zusammenhang zwischen dem Druck p , dem Volumen V , der Stoffmenge n und der absoluten Temperatur T eines idealen Gases und wird *thermische Zustandsgleichung idealer Gase* genannt. R ist eine Konstante.

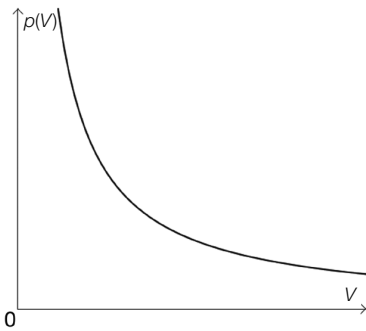
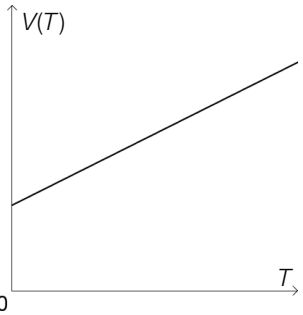
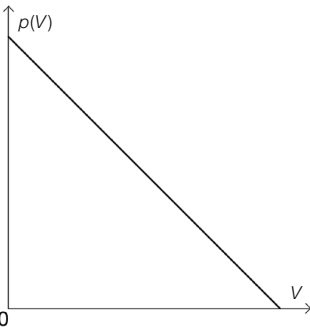
Das Gas befindet sich in einem geschlossenen Gefäß, in dem die Zustandsgrößen p , V und T verändert werden können. Die Stoffmenge n bleibt konstant.

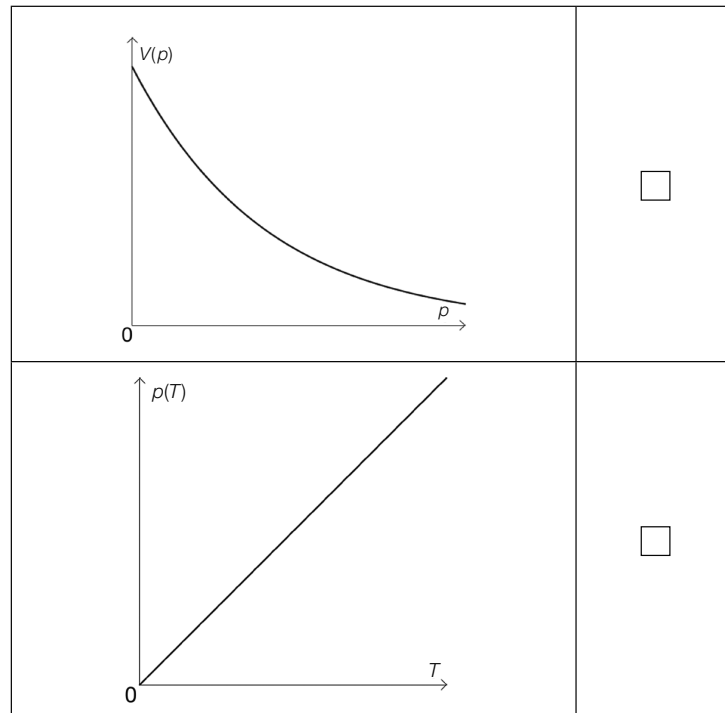
Aufgabenstellung:

- a) Führen Sie alle Möglichkeiten an, die zu einer Verdopplung des Drucks führen, wenn jeweils eine der Zustandsgrößen verändert wird und die anderen Größen konstant bleiben!

Genau zwei der folgenden Graphen stellen die Abhängigkeit zweier Zustandsgrößen gemäß dem oben genannten Zusammenhang richtig dar. Kreuzen Sie diese beiden Graphen an!

Beachten Sie: Die im Diagramm nicht angeführten Größen sind jeweils konstant.

	☐
	☐
	☐



- b) Bei gleichbleibender Stoffmenge und gleichbleibender Temperatur kann das Volumen des Gases durch Änderung des Drucks variiert werden.

Begründen Sie, warum die *mittlere* Änderung des Drucks in Abhängigkeit vom Volumen

$$\frac{p(V_2) - p(V_1)}{V_2 - V_1}$$

für jedes Intervall $[V_1; V_2]$ mit $V_1 \neq V_2$ ein negatives Ergebnis liefert!

Ermitteln Sie jene Funktionsgleichung, die die *momentane* Änderung des Druckes in Abhängigkeit vom Volumen des Gases beschreibt!

Aufgabe 3

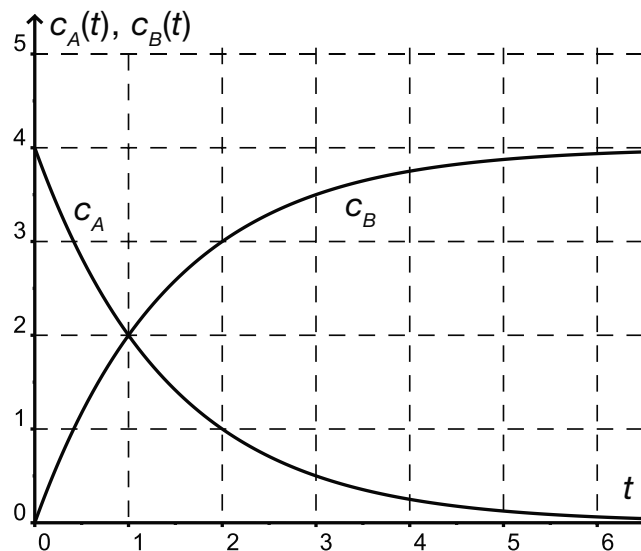
Chemische Reaktionsgeschwindigkeit

Die Reaktionsgleichung $A \rightarrow B + D$ beschreibt, dass ein Ausgangsstoff A zu den Endstoffen B und D reagiert, wobei aus einem Molekül des Stoffes A jeweils ein Molekül der Stoffe B und D gebildet wird.

Die Konzentration eines chemischen Stoffes in einer Lösung wird in Mol pro Liter (mol/L) angegeben. Die Geschwindigkeit einer chemischen Reaktion ist als Konzentrationsänderung eines Stoffes pro Zeiteinheit definiert.

Die unten stehende Abbildung zeigt den Konzentrationsverlauf der Stoffe A und B bei der gegebenen chemischen Reaktion in Abhängigkeit von der Zeit t .

$c_A(t)$ beschreibt die Konzentration des Stoffes A , $c_B(t)$ die Konzentration des Stoffes B . Die Zeit t wird in Minuten angegeben.



Aufgabenstellung:

- a) ☒ Ermitteln Sie anhand der Abbildung die durchschnittliche Reaktionsgeschwindigkeit des Stoffes B im Zeitintervall $[1; 3]$!

Für die gegebene Reaktion gilt die Gleichung $c_A'(t) = -c_B'(t)$. Interpretieren Sie diese Gleichung im Hinblick auf den Reaktionsverlauf!

- b) Bei der gegebenen Reaktion kann die Konzentration $c_A(t)$ des Stoffes A in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine Funktion mit der Gleichung $c_A(t) = c_0 \cdot e^{k \cdot t}$ beschrieben werden.

Geben Sie die Bedeutung der Konstante c_0 an!

Argumentieren Sie anhand des Verlaufs des Graphen von c_A , ob der Parameter k positiv oder negativ ist!

Leiten Sie eine Formel für jene Zeit τ her, nach der sich die Konzentration des Ausgangsstoffes halbiert hat! Geben Sie auch den entsprechenden Ansatz an!

Aufgabe 4

Grenzkosten

Unter den Gesamtkosten eines Betriebes versteht man alle Ausgaben (z. B. Löhne, Miete, Strom, Kosten für Rohstoffe usw.), die für die Produktion anfallen.

Mit mathematischen Mitteln können die Kostenverläufe beschrieben werden, die für Betriebe strategische Entscheidungshilfen sind.

Die Gleichung der Gesamtkostenfunktion K eines bestimmten Produkts lautet:

$$K(x) = 0,001x^3 - 0,09x^2 + 2,8x + 5$$

x ... produzierte Stückanzahl

Aufgabenstellung:

- a) Die Stückkostenfunktion $\bar{K}$ beschreibt die Gesamtkosten pro Stück bei einer Produktionsmenge von x Stück.

☐ A Geben Sie eine Gleichung der Stückkostenfunktion $\bar{K}$ für das oben beschriebene Produkt an! Berechnen Sie die Stückkosten bei einer Produktion von 100 Stück!

- b) Der Wert der Grenzkostenfunktion K' an einer bestimmten Stelle x wird als Kostenzuwachs bei der Steigerung der Produktion um ein Stück interpretiert. Diese betriebswirtschaftliche Interpretation ist im Allgemeinen mathematisch nicht exakt.

Geben Sie das mathematisch korrekte Änderungsmaß an, das der angestrebten Interpretation entspricht!

Für welche Art von Kostenfunktionen ist die betriebswirtschaftliche Interpretation der Grenzkostenfunktion gleichzeitig auch mathematisch exakt? Geben Sie diesen Funktionstyp an!

Aufgabe 5

Sportwagen

Ein Sportwagen wird von 0 m/s auf 28 m/s (≈ 100 km/h) in ca. 4 Sekunden beschleunigt. $v(t)$ beschreibt die Geschwindigkeit in Metern/Sekunde während des Beschleunigungsvorganges in Abhängigkeit von der Zeit t in Sekunden. Die Geschwindigkeit lässt sich durch die Funktionsgleichung $v(t) = -0,5t^3 + 3,75t^2$ angeben.

Aufgabenstellung:

- a) ☐ A Geben Sie die Funktionsgleichung zur Berechnung der momentanen Beschleunigung $a(t)$ zum Zeitpunkt t an!
Berechnen Sie die momentane Beschleunigung zum Zeitpunkt $t = 2$!
- b) Geben Sie einen Ausdruck zur Berechnung des in den ersten 4 Sekunden zurückgelegten Weges an! Ermitteln Sie diesen Weg $s(4)$ (in Metern)!
- c) Angenommen, dieser Sportwagen beschleunigt – anders als ursprünglich angegeben – gleichmäßig in 4 Sekunden von 0 m/s auf 28 m/s. Nun wird mit $v_1(t)$ die Geschwindigkeit des Sportwagens nach t Sekunden bezeichnet.

Geben Sie an, welcher funktionale Zusammenhang zwischen v_1 und t vorliegt!
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung für v_1 !

