

# Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur  
standardisierten kompetenzorientierten  
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2024

## Mathematik

Kompensationsprüfung 4  
Angabe für **Prüfer/innen**

## Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

### Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

## Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

### Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

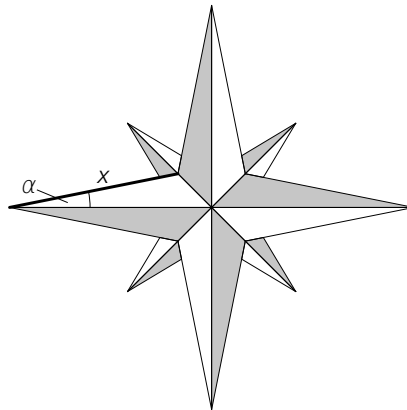
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

# Aufgabe 1

## Windrose

Mithilfe von Windrosen werden Himmelsrichtungen angegeben. Häufig verwendet man Windrosen auch zur Orientierung auf Landkarten.

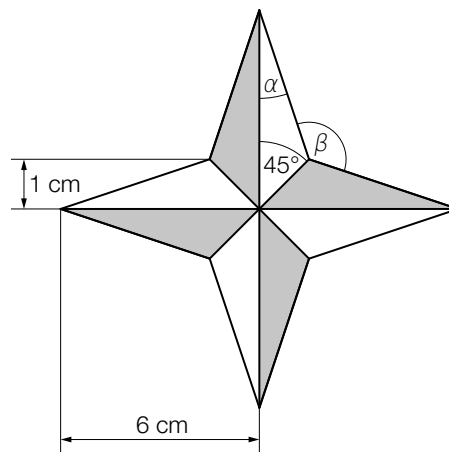
a) In der nachstehenden Abbildung ist eine Windrose dargestellt.



1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung eine Strecke ein, deren Länge mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$x \cdot \sin(\alpha)$$

b) In der nachstehenden Abbildung ist eine vereinfachte Windrose dargestellt, die aus acht deckungsgleichen Dreiecken besteht.



1) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Windrose.

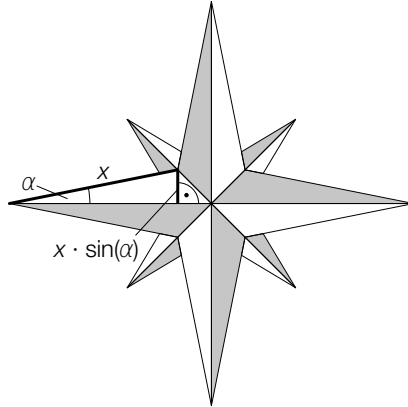
2) Stellen Sie mithilfe von  $\alpha$  eine Formel zur Berechnung von  $\beta$  auf.

$$\beta = \underline{\hspace{10cm}}$$

# Lösung zur Aufgabe 1

## Windrose

a1)



$$\text{b1) } A = \frac{6 \cdot 1}{2} \cdot 8 = 24$$

oder:

$$A = \frac{6 \cdot 2}{2} \cdot 4 = 24$$

Der Flächeninhalt beträgt 24 cm<sup>2</sup>.

$$\text{b2) } \beta = 360^\circ - 2 \cdot (135^\circ - \alpha)$$

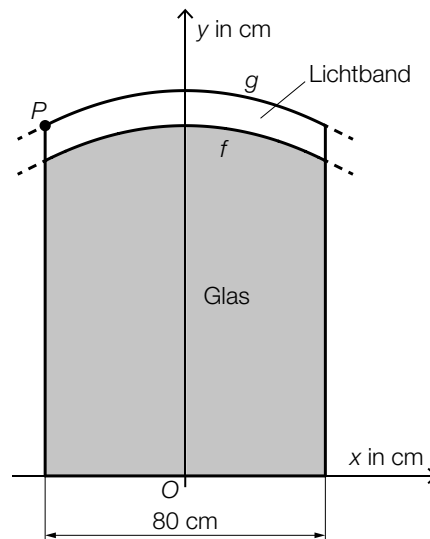
oder:

$$\beta = 90^\circ + 2 \cdot \alpha$$

## Aufgabe 2

### Wandspiegel

In der nachstehenden Abbildung ist ein Wandspiegel in der Ansicht von vorne modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.



- a) Die obere Begrenzungslinie des Glases kann durch den Graphen der Funktion  $f$  modelliert werden.

$$f(x) = -0,00625 \cdot x^2 + 100$$

$x, f(x)$  ... Koordinaten in cm

- 1) Berechnen Sie den Flächeninhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

- b) Die obere Begrenzungslinie des Lichtbands kann durch den Graphen der Funktion  $g$  modelliert werden.

Der Graph von  $g$  liegt an jeder Stelle 10 cm über dem Graphen von  $f$ .

- 1) Tragen Sie in der nachstehenden Gleichung der Funktion  $g$  die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$g(x) = \boxed{\phantom{000}} \cdot x^2 + \boxed{\phantom{000}}$$

Der Punkt  $P$  in der obigen Abbildung hat die  $x$ -Koordinate  $x_P$ .

- 2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel  $\alpha$  ein, der mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$\alpha = 90^\circ + \arctan(g'(x_P))$$

## Lösung zur Aufgabe 2

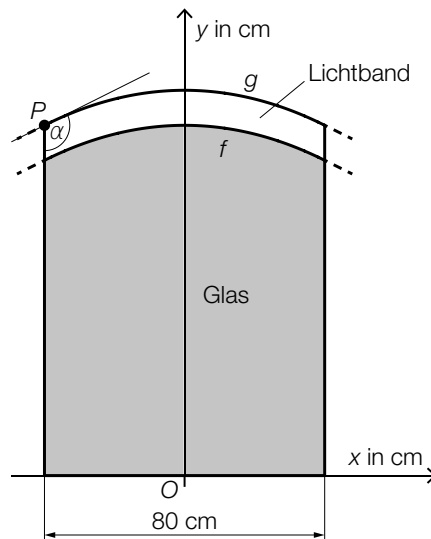
### Wandspiegel

a1)  $A = \int_{-40}^{40} f(x) dx = 7733,3\dots$

Der Flächeninhalt der grau markierten Fläche beträgt rund  $7733 \text{ cm}^2$ .

b1)  $g(x) = \boxed{-0,00625} \cdot x^2 + \boxed{110}$

b2)



Das Einzeichnen der Tangente ist hinsichtlich der Punktevergabe nicht erforderlich.

Ein Einzeichnen eines anderen Winkels mit dem gleichen Winkelmaß ist ebenfalls als richtig zu werten.

## Aufgabe 3

### Wölfe in Österreich

Eine Wildtierbiologin untersucht die Anzahl der Wölfe in verschiedenen Regionen Österreichs.

a) Für die Region A stellt sie folgende Behauptung auf:

„Die Anzahl der Wölfe nimmt aktuell sehr stark zu, und zwar mit einem exponentiellen Wachstum von rund 33 % pro Jahr, was eine Verdopplung in 3 Jahren bedeutet.“

1) Zeigen Sie, dass diese Behauptung zur Verdoppelungszeit unter der Annahme eines exponentiellen Wachstums mit einem jährlichen Änderungsfaktor von 1,33 nicht stimmt.

b) Für die Region B modelliert die Wildtierbiologin die Anzahl der Wölfe mithilfe der Funktion  $w$ .

$$w(t) = 31 \cdot e^{0,285 \cdot t}$$

$t$  ... Zeit in Jahren mit  $t = 0$  für den Beginn des Jahres 2022

$w(t)$  ... Anzahl der Wölfe zum Zeitpunkt  $t$

1) Berechnen Sie die absolute Änderung der Anzahl der Wölfe in dieser Region vom Beginn des Jahres 2022 bis zum Beginn des Jahres 2027.

c) Für die Region C modelliert die Wildtierbiologin die Anzahl der Wölfe mithilfe der Funktion  $u$ .

$t$  ... Zeit in Jahren

$u(t)$  ... Anzahl der Wölfe zum Zeitpunkt  $t$

Die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Wölfe im Zeitintervall  $[0; 3]$  ist um 25 % kleiner als die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Wölfe im Zeitintervall  $[3; 7]$ .

1) Stellen Sie mithilfe der Funktion  $u$  eine Gleichung zur Beschreibung dieses Sachverhalts auf.



## Lösung zur Aufgabe 3

### Wölfe in Österreich

a1)  $1,33^t = 2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 2,43\dots$$

Da die Verdopplung gemäß diesem Modell schon nach rund 2,4 Jahren eintritt, stimmt die Behauptung nicht.

b1)  $w(5) - w(0) = 97,8\dots$

Die absolute Änderung der Anzahl der Wölfe in diesem Zeitraum beträgt rund 98.

c1)  $\frac{u(3) - u(0)}{3 - 0} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u(7) - u(3)}{7 - 3}$

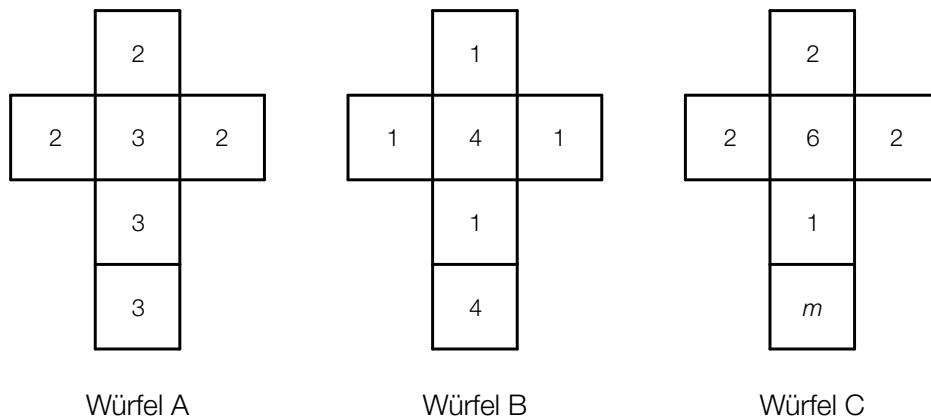
oder:

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{u(3) - u(0)}{3 - 0} = \frac{u(7) - u(3)}{7 - 3}$$

## Aufgabe 4

### Spielwürfel

Für ein Spiel werden drei faire Würfel (A, B und C) mit unterschiedlichen Augenzahlen entworfen. Die Netze der drei Würfel mit den jeweiligen Augenzahlen sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- a) Eine noch unbekannte Augenzahl auf dem Würfel C wird mit  $m$  bezeichnet.

Die Zufallsvariablen  $X_A$  und  $X_C$  sind wie folgt definiert:

- $X_A$  ... Augenzahl, wenn der Würfel A genau einmal geworfen wird
- $X_C$  ... Augenzahl, wenn der Würfel C genau einmal geworfen wird

Die Erwartungswerte  $E(X_A)$  und  $E(X_C)$  sind gleich.

- 1) Ermitteln Sie  $m$ .

- b) Reinhold wirft den Würfel B  $n$ -mal.

Die Zufallsvariable  $Y$  gibt die Anzahl der Würfe an, bei der die Augenzahl 4 geworfen wird.

- 1) Stellen Sie unter Verwendung von  $n$  eine Formel zur Berechnung von  $P(Y \geq 2)$  auf.

$$P(Y \geq 2) = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) Karin wirft gleichzeitig den Würfel A und den Würfel B.

Die Zufallsvariable  $Z$  gibt die Augensumme der beiden geworfenen Würfel an.

- 1) Geben Sie alle Werte an, die die Zufallsvariable  $Z$  annehmen kann.

## Lösung zur Aufgabe 4

### Spielwürfel

a1)  $E(X_A) = E(X_C)$

$$E(X_A) = 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,5 = 2,5$$

$$E(X_C) = 2 \cdot 0,5 + 6 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6} + m \cdot \frac{1}{6}$$

$$2,5 = 2 \cdot 0,5 + 6 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6} + m \cdot \frac{1}{6}$$

$$m = 2$$

b1)  $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1)$

$$P(Y \geq 2) = 1 - \binom{n}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - \binom{n}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

oder:

$$P(Y \geq 2) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n - n \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

c1) Die Zufallsvariable  $Z$  kann 3, 4, 6 oder 7 als Wert annehmen.