

# Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur  
standardisierten kompetenzorientierten  
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai/Juni 2023

## Mathematik

Kompensationsprüfung 2  
Angabe für **Prüfer/innen**

## Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

### Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

## Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

### Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

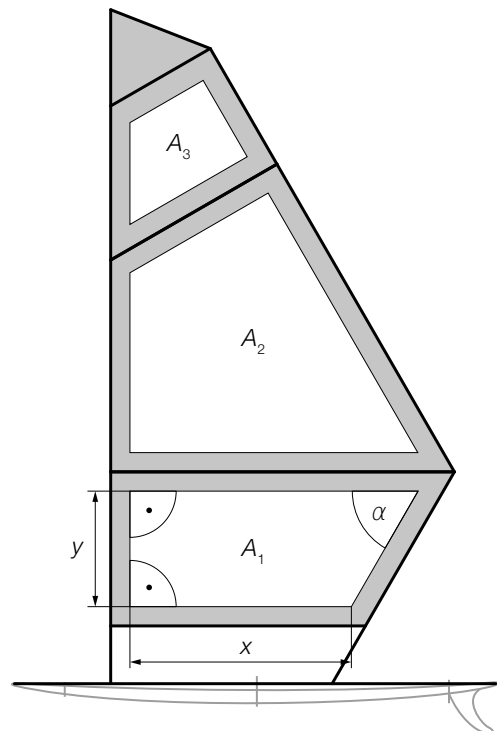
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

# Aufgabe 1

## Segel

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Surfbrett mit Segel modellhaft dargestellt.

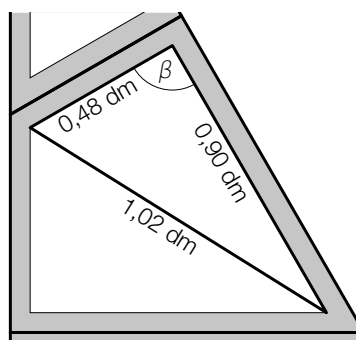
Die weißen Flächen mit den Inhalten  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  werden bedruckt.



- a) 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts der Fläche  $A_1$  auf. Verwenden Sie dabei  $x$ ,  $y$  und  $\alpha$ .

$A_1 =$  \_\_\_\_\_

- b) Beim Bedrucken des Segels wird die Fläche  $A_2$  durch eine Diagonale unterteilt (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Zeigen Sie rechnerisch, dass der Winkel  $\beta$  ein rechter Winkel ist.
- c) Der Inhalt der bedruckten Flächen  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  beträgt insgesamt  $86 \text{ dm}^2$ . Das entspricht 63 % des Inhalts der gesamten Segelfläche.
- 1) Berechnen Sie den Inhalt der nicht bedruckten Fläche.

## Lösung zur Aufgabe 1

### Segel

$$\text{a1) } A_1 = x \cdot y + \frac{y \cdot \frac{y}{\tan(\alpha)}}{2}$$

oder:

$$A_1 = \frac{x + \left(x + \frac{y}{\tan(\alpha)}\right)}{2} \cdot y$$

b1) Der Winkel  $\beta$  ist ein rechter Winkel, da gilt:

$$0,48^2 + 0,9^2 = 1,0404 = 1,02^2$$

*Auch ein rechnerischer Nachweis mithilfe von Winkelfunktionen ist als richtig zu werten.*

$$\text{c1) } \frac{86}{0,63} \cdot 0,37 = 50,50\dots$$

Der Inhalt der nicht bedruckten Fläche beträgt rund 50,5 dm<sup>2</sup>.

## Aufgabe 2

### Smartphones

Die (weltweit durchschnittlichen) Anschaffungskosten in US-Dollar (\$) für ein bestimmtes Smartphone sind für verschiedene Jahre in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Jahr	2010	2013	2015	2018
Anschaffungskosten in \$	363	284	252	345

- a) 1) Berechnen Sie die durchschnittliche Änderung der Anschaffungskosten in \$ pro Jahr im Zeitraum von 2013 bis 2018.
- b) Die Anschaffungskosten in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  können in einem einfachen Modell durch die Polynomfunktion 3. Grades  $K$  beschrieben werden.

$$K(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$$

$t$  ... Zeit in Jahren mit  $t = 0$  für das Jahr 2010

$K(t)$  ... Anschaffungskosten zur Zeit  $t$  in \$

- 1) Begründen Sie mithilfe der 2. Ableitung der Funktion  $K$ , warum die Funktion  $K$  genau 1 Wendestelle hat.
- 2) Erstellen Sie mithilfe der obigen Tabelle ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion  $K$ .

## Lösung zur Aufgabe 2

### Smartphones

$$\text{a1) } \frac{345 - 284}{2018 - 2013} = 12,2$$

Die durchschnittliche Änderung der Anschaffungskosten im Zeitraum von 2013 bis 2018 beträgt 12,2 \$ pro Jahr.

$$\text{b1) } K''(t) = 6 \cdot a \cdot t + 2 \cdot b$$

Zur Berechnung von Wendestellen werden die Nullstellen von  $K''$  berechnet.

Da  $K''$  eine lineare Funktion ist, gibt es genau 1 Nullstelle (mit Vorzeichenwechsel) von  $K''$  und somit hat  $K$  genau 1 Wendestelle.

$$\text{b2) I: } K(0) = 363$$

$$\text{II: } K(3) = 284$$

$$\text{III: } K(5) = 252$$

$$\text{IV: } K(8) = 345$$

oder:

$$\text{I: } d = 363$$

$$\text{II: } 27 \cdot a + 9 \cdot b + 3 \cdot c + d = 284$$

$$\text{III: } 125 \cdot a + 25 \cdot b + 5 \cdot c + d = 252$$

$$\text{IV: } 512 \cdot a + 64 \cdot b + 8 \cdot c + d = 345$$

## Aufgabe 3

### Pendelbewegung

Eine rote und eine blaue Kugel, die an unterschiedlich langen Schnüren befestigt sind, pendeln von links nach rechts und wieder zurück. Dieser Vorgang wiederholt sich mehrmals.

Die Geschwindigkeit der roten Kugel in den ersten 10 Sekunden ihrer Pendelbewegung wird näherungsweise durch die Funktion  $v_R: [0; 10] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $v_R(t) = 30 \cdot \sin(\pi \cdot t)$  modelliert ( $t$  in s,  $v_R(t)$  in cm/s).

Für die Bewegung vom Ausgangspunkt nach rechts gilt:  $v_R(t) > 0$

Für die Bewegung zum Ausgangspunkt nach links gilt:  $v_R(t) < 0$

- a) 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$v_R'(0,4) \approx 29$$

Es wird eine Hin- und Herschwingung betrachtet. Die rote Kugel bewegt sich dabei ausgehend vom Ausgangspunkt also einmal nach rechts und anschließend wieder nach links zum Ausgangspunkt. Die Schwingungsdauer beträgt dabei 2 Sekunden.

- 2) Berechnen Sie den dabei zurückgelegten Weg der roten Kugel.

- b) Es gilt:

Die Maximalgeschwindigkeit der blauen Kugel ist doppelt so groß wie die der roten Kugel. Die Schwingungsdauer der blauen Kugel ist doppelt so groß wie die der roten Kugel.

- 1) Stellen Sie die Funktionsgleichung für die Geschwindigkeit  $v_B$  der blauen Kugel auf ( $t$  in s,  $v_B(t)$  in cm/s).

$$v_B(t) = \underline{\hspace{15em}}$$



## Lösung zur Aufgabe 3

### Pendelbewegung

a1) Die rote Kugel hat zum Zeitpunkt  $t = 0,4$  s eine Beschleunigung von rund  $29 \text{ cm/s}^2$ .

a2)  $2 \cdot \int_0^1 v_R(t) dt = 38,1\dots$

Der von der roten Kugel zurückgelegte Weg beträgt rund 38 cm.

b1)  $v_B(t) = 60 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$

## Aufgabe 4

### Elektromobilität

- a) Ende des Jahres 2021 gab es in Österreich insgesamt 76 539 Elektro-PKW. Davon entfiel der größte Anteil auf die Automarke  $T$  mit einer Anzahl von 13 494 Elektro-PKW.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Elektro-PKW in Österreich Ende des Jahres 2021 von der Automarke  $T$  ist.
- b) In der nachstehenden Tabelle sind die unterschiedlichen Kraftstoffarten und die jeweilige Anzahl an PKW, die mit diesen Kraftstoffen betrieben werden, angegeben. (Alle Angaben gelten für Österreich am 31.12.2021.)

Kraftstoffart	Anzahl an PKW nach Kraftstoffart
Klassische Kraftstoffart	
Benzin	2 197 006
Diesel	2 717 475
Alternative Kraftstoffart	
Elektro	76 539
Flüssiggas	1
Erdgas	2 654
Hybrid	140 106
Wasserstoff	55

Quelle: Statistik Austria

Von den am 31.12.2021 in Österreich zugelassenen 7 214 970 Kraftfahrzeugen waren 71,2 % PKW.

Karoline führt mithilfe der obigen Werte die nachstehende Berechnung durch.

$$\frac{76539 + 1 + 2654 + 140106 + 55}{7214970 \cdot 0,712} \approx 0,043$$

- 1) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.
- c) Ein bestimmtes Unternehmen hat 10 Elektro-PKW, die jeweils einen durchschnittlichen Stromverbrauch von  $x$  Kilowattstunden (kWh) pro 100 km haben. Das Unternehmen kauft nun 1 weiteren Elektro-PKW mit einem Stromverbrauch von 15 kWh pro 100 km.
- 1) Stellen Sie mithilfe von  $x$  eine Formel zur Berechnung des durchschnittlichen Stromverbrauchs  $\bar{x}$  aller 11 Elektro-PKW des Unternehmens auf.

$$\bar{x} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kWh pro 100 km}$$

## Lösung zur Aufgabe 4

### Elektromobilität

a1)  $\frac{13494}{76539} = 0,1763\dots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Elektro-PKW in Österreich Ende des Jahres 2021 von der Automarke T ist, beträgt rund 17,6 %.

b1) Rund 4,3 % aller PKW in Österreich werden mit alternativen Kraftstoffen angetrieben.

c1)  $\bar{x} = \frac{x \cdot 10 + 15}{11}$  kWh pro 100 km