# Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Jänner 2024

# Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

# Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

**Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung**

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

| | Kandidat/in 1 | | | Kandidat/in 2 | | | Kandidat/in 3 | | | Kandidat/in 4 | | | Kandidat/in 5 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Aufgabe 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 3 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| **gesamt** | | | | | | | | | | | | | | | |

# Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

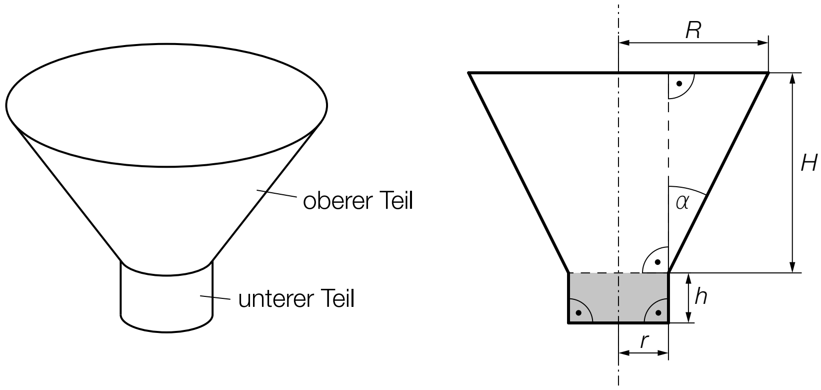
**Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung**

| Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen | Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung |
|---|---|
| 12 | Sehr gut |
| 10–11 | Gut |
| 8–9 | Befriedigend |
| 6–7 | Genügend |
| 0–5 | Nicht genügend |

# Aufgabe 1

## Vase

In den nachstehenden Abbildungen ist eine Vase modellhaft dargestellt.




a) 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Winkels $\alpha$ auf. Verwenden Sie dabei $R$, $r$ und $H$.

b) Das gesamte Volumen der Vase setzt sich aus dem Volumen des oberen Teiles und dem Volumen des unteren Teiles zusammen.
Das Volumen des oberen Teiles der Vase kann mit der nachstehenden Formel berechnet werden.

$$V_{\text{oberer Teil}} = \frac{\pi \cdot H}{3} \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

Der untere Teil der Vase hat die Form eines Zylinders.

Eine bestimmte Vase hat die folgenden Abmessungen:
$R = 5{,}5$ cm, $r = 2$ cm, $H = 8$ cm, $h = 1{,}8$ cm

1) Berechnen Sie das gesamte Volumen der Vase.

2) Begründen Sie, warum sich das Volumen des unteren Teiles der Vase vervierfacht, wenn $r$ verdoppelt wird.

# Lösung zur Aufgabe 1

## Vase

a1) $\tan(\alpha) = \frac{R-r}{H}$ *oder* $\alpha = \arctan\left(\frac{R-r}{H}\right)$

b1) Volumen des unteren Teiles der Vase: $V_{\text{unterer Teil}} = r^2 \cdot \pi \cdot h$

$V_{\text{oberer Teil}} = 379{,}08...$
$V_{\text{unterer Teil}} = 22{,}61...$
$V_{\text{oberer Teil}} + V_{\text{unterer Teil}} = 401{,}70...$

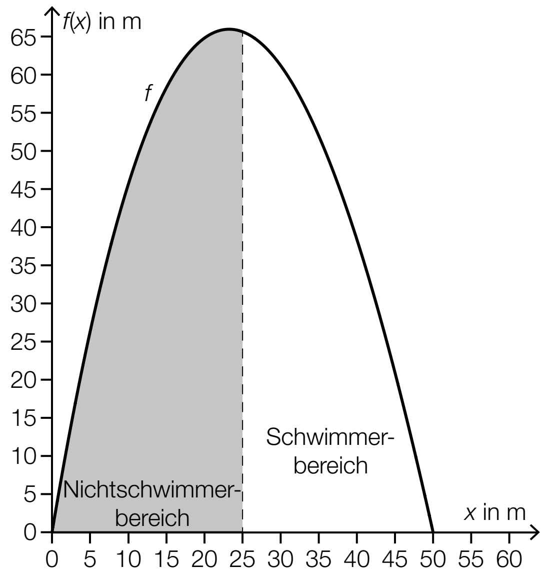
Das gesamte Volumen der Vase beträgt rund 401,7 cm$^3$.

b2) Da in der Volumsformel für den Zylinder mit $r^2$ multipliziert wird, wird bei einer Verdoppelung von $r$ mit $4 \cdot r^2$ multipliziert, was zu einer Vervierfachung des Zylindervolumens führt.

# Aufgabe 2

## Park

a) In einem Park wird ein Schwimmteich angelegt. In der nachstehenden Abbildung ist dieser Schwimmteich in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.




Eine Begrenzungslinie des Schwimmteichs kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion $f$ beschrieben werden.

$f(x) = 0{,}0006 \cdot x^3 - 0{,}15 \cdot x^2 + 6 \cdot x \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 50$

$x$, $f(x)$ ... Koordinaten in m

1) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Nichtschwimmerbereichs.

b) In diesem Park gibt es Wanderwege. Das Höhenprofil eines Wanderwegs wird durch die quadratische Funktion $h$ modelliert.

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$x$ ... waagrechte Entfernung vom Startpunkt in m
$h(x)$ ... Höhe über dem Meeresspiegel bei der Entfernung $x$ in m

Der Startpunkt des Wanderwegs hat eine Höhe über dem Meeresspiegel von 200 m.
An der Stelle $x = 100$ m hat das Höhenprofil eine Steigung von 5 %.
An der Stelle $x = 500$ m hat das Höhenprofil ein Maximum.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten $a$, $b$ und $c$.
2) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$$\frac{h(600) - h(0)}{600 - 0}$$

# Lösung zur Aufgabe 2

## Park

a1) $A = \int_0^{25} f(x)\,\mathrm{d}x = 1\,152{,}3...$
Der Flächeninhalt beträgt rund 1 152 m².

b1) $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $h(0) = 200$
II: $h'(100) = 0{,}05$
III: $h'(500) = 0$

*oder:*

I: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 200$
II: $2 \cdot a \cdot 100 + b = 0{,}05$
III: $2 \cdot a \cdot 500 + b = 0$

b2) Mit diesem Ausdruck kann die mittlere Steigung von $h$ auf den ersten 600 m waagrechter Entfernung berechnet werden.

# Aufgabe 3

## Messengerdienste

a) Die Anzahl der Personen, die einen neuen Messengerdienst nutzen, kann für einen bestimmten Zeitraum näherungsweise durch die Funktion $N$ beschrieben werden.

$N(t) = 500 \cdot e^{0{,}0007 \cdot t}$

$t$ ... Zeit nach dem Start des Messengerdiensts in Tagen
$N(t)$ ... Anzahl der Personen, die den Messengerdienst zum Zeitpunkt $t$ nutzen, in Millionen

1) Berechnen Sie, wie viele Tage nach dem Start sich die Anzahl der Personen, die den Messengerdienst nutzen, um 2 % erhöht hat.

Jemand stellt die nachstehende Gleichung auf und löst sie.

$1\,000 = 500 \cdot e^{0{,}0007 \cdot t} \quad \Rightarrow \quad t \approx 990$

2) Interpretieren Sie die Lösung dieser Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Für einen anderen Messengerdienst gilt:

Der Messengerdienst startet zum Zeitpunkt $t = 0$ mit 1 000 Personen. Jeden Tag wächst die Anzahl der Personen, die diesen Messengerdienst nutzen, um 5 % bezogen auf die jeweilige Anzahl des Vortags.

Die Anzahl der Personen, die diesen Messengerdienst nutzen, soll in Abhängigkeit von der Zeit $t$ durch die Exponentialfunktion $A$ beschrieben werden.

$t$ ... Zeit nach dem Start des Messengerdiensts in Tagen
$A(t)$ ... Anzahl der Personen, die den Messengerdienst zum Zeitpunkt $t$ nutzen

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion $A$ auf.

# Lösung zur Aufgabe 3

## Messengerdienste

a1) $1{,}02 \cdot 500 = 500 \cdot e^{0{,}0007 \cdot t}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 28{,}2...$

Rund 28 Tage nach dem Start hat sich die Anzahl der Personen, die den Messengerdienst nutzen, um 2 % erhöht.

a2) Nach rund 990 Tagen nutzen 1 000 Personen den Messengerdienst.

*oder:*

Die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Personen, die den Messengerdienst nutzen, beträgt rund 990 Tage.

b1) $A(t) = 1\,000 \cdot 1{,}05^t$

*oder:*

$A(t) = 1\,000 \cdot e^{0{,}0488 \cdot t}$ *(Koeffizient gerundet)*

# Aufgabe 4

## Bierflaschen

Bierflaschen werden vor einer erneuten Befüllung zunächst auf Beschädigungen und danach auf Verschmutzungen hin untersucht.

a) Beschädigte Flaschen oder Flaschen mit zu starker Verschmutzung werden nicht wiederbefüllt. Alle anderen Flaschen werden wiederbefüllt.

Eine zufällig ausgewählte Flasche ist mit der Wahrscheinlichkeit $p$ beschädigt.
Eine Flasche, die nicht beschädigt ist, ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % auch nicht zu stark verschmutzt.

1) Stellen Sie mithilfe von $p$ eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$P$(„eine zufällig ausgewählte Flasche wird wiederbefüllt") = ____________________

b) In einer bestimmten Brauerei weiß man aus Erfahrung, dass 85 % aller Flaschen wiederbefüllt werden.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 48 zufällig ausgewählten Flaschen mindestens die Hälfte und höchstens $\frac{3}{4}$ wiederbefüllt werden.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis $E$ im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}85^5 \approx 0{,}56$

# Lösung zur Aufgabe 4

## Bierflaschen

a1) $P$(„eine zufällig ausgewählte Flasche wird wiederbefüllt“) $= (1 - p) \cdot 0{,}98$

b1) $X$ ... Anzahl der wiederbefüllten Flaschen
Binomialverteilung mit $p = 0{,}85$ und $n = 48$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(24 \leq X \leq 36) = 0{,}0477...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 4,8 %.

b2) Mindestens 1 von 5 zufällig ausgewählten Flaschen wird nicht wiederbefüllt.

*oder:*

Höchstens 4 von 5 zufällig ausgewählten Flaschen werden wiederbefüllt.