Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai/Juni 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

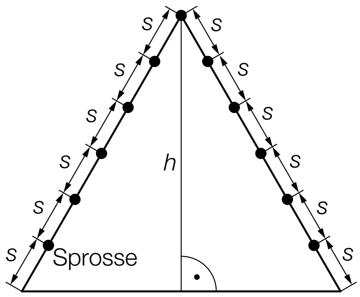
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Klettergerüst

a) In den unten stehenden Abbildungen ist ein Klettergerüst dargestellt. In der Ansicht von der Seite handelt es sich dabei um ein gleichseitiges Dreieck. Die Sprossen sind als Punkte dargestellt.

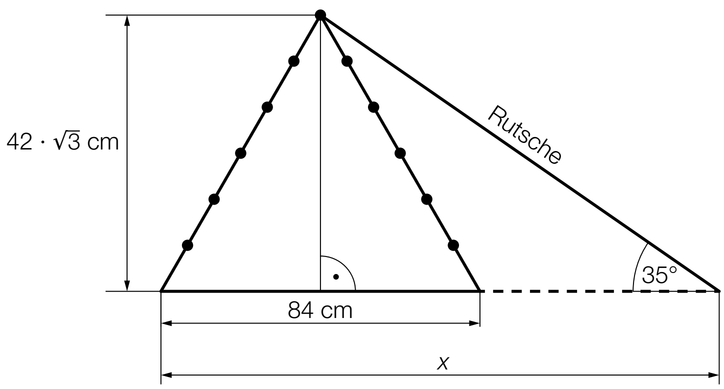
Quelle: BMBWF



1) Stellen Sie mithilfe des Sprossenabstandes s eine Formel zur Berechnung der Höhe h dieses Klettergerüsts auf.

h = ____________________________________

In einem Spielwarengeschäft wird ein Klettergerüst auch zusammen mit einer geraden Rutsche angeboten (siehe nebenstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



2) Berechnen Sie x.

b) Ein Spielwarengeschäft verkauft in einem bestimmten Monat x Klettergerüste ohne Rutsche und y Klettergerüste mit Rutsche. Durch den Verkauf der Klettergerüste mit und ohne Rutsche nimmt das Spielwarengeschäft in diesem Monat insgesamt € 5.760 ein.

Mit dem nachstehenden linearen Gleichungssystem kann dieser Sachverhalt beschrieben werden.

I: $100 \cdot x + 120 \cdot y = 5\,760$
II: $x + y = 50$

1) Interpretieren Sie die Werte 100, 120 und 50 im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 1

Klettergerüst

a1) $h = \sqrt{(6 \cdot s)^2 - (3 \cdot s)^2} = \sqrt{27 \cdot s^2} = \sqrt{27} \cdot s$ *oder* $h = \frac{6 \cdot s}{2} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot s \cdot \sqrt{3}$

a2) $\tan(35°) = \frac{42 \cdot \sqrt{3}}{x - 42}$

$x = 145{,}89...$ cm

b1) Der Preis für ein Klettergerüst ohne Rutsche beträgt € 100.
Der Preis für ein Klettergerüst mit Rutsche beträgt € 120.
Insgesamt werden in diesem Spielwarengeschäft in diesem Monat 50 Klettergerüste verkauft.

Aufgabe 2

Spielgeräte

Eine Firma produziert und verkauft Spielgeräte.
Um wirtschaftlich planen zu können, werden Kosten, Erlös und Gewinn untersucht.

a) Die Kosten lassen sich näherungsweise durch die quadratische Funktion K modellieren.

$K(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... produzierte Spielgeräte in ME
$K(x)$ ... Kosten bei x produzierten Spielgeräten in GE

Es gilt:

Die Fixkosten betragen 22 GE.
Bei 20 ME betragen die Kosten 40 GE.
Bei 20 ME beträgt die lokale Änderungsrate der Kosten 1,5 GE/ME.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von K.

b) Der Gewinn lässt sich näherungsweise durch die Funktion G beschreiben.

$G(x) = -\frac{11}{300} \cdot (x^2 - 70 \cdot x + 600)$

x ... verkaufte Spielgeräte in ME
$G(x)$ ... Gewinn bei x verkauften Spielgeräten in GE

1) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion G.

c) Für ein bestimmtes x_0 gilt:

$E'(x_0) = 0$
$E''(x_0) < 0$

x ... verkaufte Spielgeräte in ME
$E(x)$ ... Erlös bei x verkauften Spielgeräten in GE

1) Interpretieren Sie die Bedeutung von x_0 im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 2

Spielgeräte

a1) $K'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $K(0) = 22$
II: $K(20) = 40$
III: $K'(20) = 1{,}5$

oder:

I: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 22$
II: $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c = 40$
III: $2 \cdot a \cdot 20 + b = 1{,}5$

b1) $G(x) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 10$, $x_2 = 60$

c1) Der maximale Erlös wird bei x_0 (in ME) Spielgeräten erzielt.

Aufgabe 3

Internetplattform

a) Die Funktion N beschreibt modellhaft die Anzahl der Personen, die eine Internetplattform nutzen, in Abhängigkeit von der Zeit t.

$N(t) = 3000 \cdot 1{,}22^t$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$N(t)$ ... Anzahl der Personen, die diese Internetplattform zum Zeitpunkt t nutzen

1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Personen, die diese Internetplattform nutzen.

2) Stellen Sie die Funktionsgleichung von N in der Form $N(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$ auf.

Mit dem nachstehenden Ausdruck soll die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Personen, die diese Internetplattform innerhalb der ersten 6 Jahre nutzen, berechnet werden.

$$\frac{3000 \cdot 1{,}22^{\boxed{}} - \boxed{}}{\boxed{} - 0}$$

3) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Lösung zur Aufgabe 3

Internetplattform

a1) $6\,000 = 3\,000 \cdot 1{,}22^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 3{,}48...$

Die Verdoppelungszeit beträgt rund 3,5 Jahre.

a2) $\ln(1{,}22) = 0{,}1988...$

$N(t) = 3\,000 \cdot e^{0{,}199 \cdot t}$ *(Koeffizient gerundet)*

a3) $\dfrac{3\,000 \cdot 1{,}22^{\boxed{6}} - \boxed{3\,000}}{\boxed{6} - 0}$

Aufgabe 4

Blutgruppen

In der nachstehenden Tabelle ist die Verteilung der Blutgruppen (in Österreich) angegeben.

Blutgruppe	0	A	B	AB
Häufigkeit	36 %	44 %	14 %	6 %

a) Im Rahmen einer Studie werden n Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 Personen die Blutgruppe AB haben.

$P(\text{„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB“}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{}^{\,5} \cdot \boxed{}^{\boxed{}}$

b) Im Rahmen einer anderen Studie werden 85 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Anzahl der Personen mit Blutgruppe A mindestens 25 und höchstens 30 beträgt.

c) Bei einer weiteren Studie werden 2 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt.

1) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 2 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}14 \approx 0{,}10$

Lösung zur Aufgabe 4

Blutgruppen

a1) $P(\text{„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB"}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{0{,}06}^{5} \cdot \boxed{0{,}94}^{\boxed{n-5}}$

b1) X ... Anzahl der Personen mit Blutgruppe A

Binomialverteilung mit $n = 85$ und $p = 0{,}44$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(25 \leq X \leq 30) = 0{,}0627...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 6,3 %.

c1) E ... von diesen 2 Personen hat genau 1 Person die Blutgruppe 0 und 1 Person die Blutgruppe B