Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

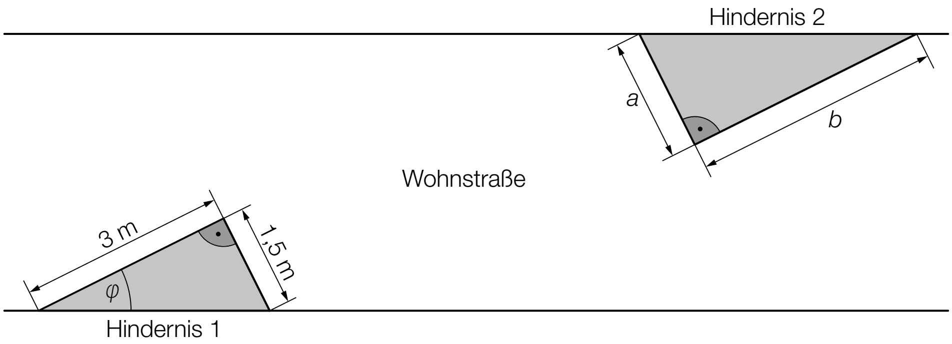
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Wohnstraße

Eine Wohnstraße wird zur Verkehrsberuhigung umgebaut.

a) Auf beiden Seiten der Wohnstraße werden Hindernisse mit dreieckiger Grundfläche aufgestellt. In der nachstehenden Abbildung ist ein Abschnitt der Wohnstraße in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.



1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel φ.

Das Hindernis 2 hat die Form eines geraden Prismas mit dreieckiger Grundfläche (siehe obige Abbildung mit a, b in m).
Die Höhe des Prismas beträgt 30 cm.

2) Stellen Sie mithilfe von a und b eine Formel zur Berechnung des Volumens dieses Prismas V (in m³) auf.

$V =$ ____

b) Durch den Umbau der Wohnstraße sinkt die durchschnittliche Geschwindigkeit eines Fahrzeugs um 20 %.
Der auf dieser Wohnstraße zurückgelegte Weg eines Fahrzeugs wird um 30 % länger.

Jemand behauptet: „Bei der Fahrt durch diese Wohnstraße wird die benötigte Zeit durch diesen Umbau um 62,5 % länger.“

1) Zeigen Sie, dass diese Behauptung richtig ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Wohnstraße

a1) $\varphi = \arctan\left(\frac{1,5}{3}\right) = 26,565...°$

a2) $V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot 0,3$

b1) $t_{\text{neu}} = \frac{s \cdot 1,3}{v \cdot 0,8} = \frac{s}{v} \cdot 1,625$

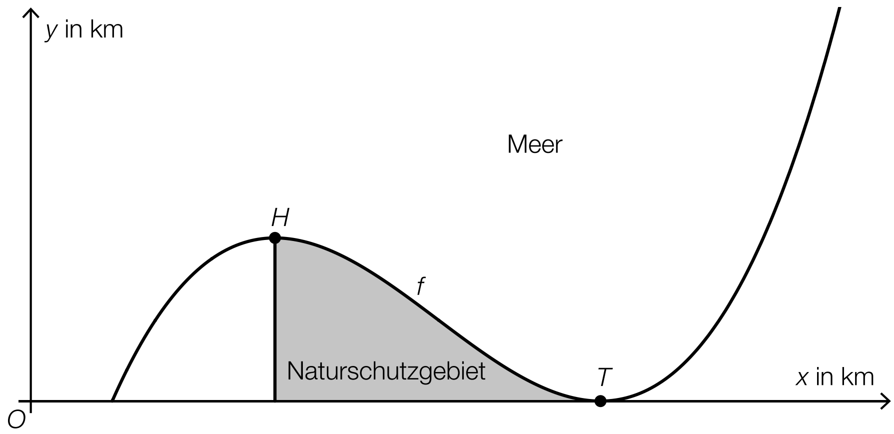
Die für die Durchfahrt benötigte Zeit wird um 62,5 % länger.
Daher ist die Behauptung richtig.

Aufgabe 2

Küste

Auf einer Insel liegt ein Naturschutzgebiet.

a) In der nachstehenden Abbildung sind ein Teil der Küstenlinie dieser Insel und das Naturschutzgebiet (grau markiert) modellhaft dargestellt.



Diese Küstenlinie wird durch den Graphen der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben.
$H = (30|10)$ und $T = (70|0)$ sind die Extrempunkte der Funktion f.

1) Erstellen Sie mithilfe von H und T ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f.

2) Interpretieren Sie das Ergebnis des nachstehenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang unter der Bedingung, dass F eine Stammfunktion von f ist. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

   $F(70) - F(30) = 200$

b) Ein Fischerboot bewegt sich entlang des Graphen der linearen Funktion g von der Küste zum Punkt $P = (x_P|52)$.

   Es gilt: $g(x) = -2 \cdot x + 120$

   x, $g(x)$ ... Koordinaten in km

1) Berechnen Sie x_P.

Lösung zur Aufgabe 2

Küste

a1) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $f(30) = 10$
II: $f(70) = 0$
III: $f'(30) = 0$
IV: $f'(70) = 0$

oder:

I: $a \cdot 30^3 + b \cdot 30^2 + c \cdot 30 + d = 10$
II: $a \cdot 70^3 + b \cdot 70^2 + c \cdot 70 + d = 0$
III: $3 \cdot a \cdot 30^2 + 2 \cdot b \cdot 30 + c = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 70^2 + 2 \cdot b \cdot 70 + c = 0$

a2) Der Flächeninhalt des Naturschutzgebiets beträgt 200 km^2.

b1) $52 = -2 \cdot x_P + 120$
$x_P = 34$

Aufgabe 3

Bevölkerungszahl Österreichs

Die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs ab dem Jahr 2010 wird untersucht.

a) In einem einfachen Modell wird die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs durch die Exponentialfunktion N beschrieben.

$N(t) = 8{,}35 \cdot 1{,}0064^t$

t ... Zeit ab dem Jahresbeginn 2010 in Jahren
$N(t)$ ... Bevölkerungszahl zum Zeitpunkt t in Millionen

1) Geben Sie das jährliche prozentuelle Wachstum der Bevölkerungszahl gemäß diesem Modell an.
2) Berechnen Sie die Zeit t_1, nach der die Bevölkerung Österreichs gemäß diesem Modell gegenüber dem Jahresbeginn 2010 um ein Viertel zugenommen hat.

b) In einem anderen Modell wird die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs durch eine lineare Funktion beschrieben.

Die nachstehende Tabelle zeigt die Bevölkerungszahl Österreichs zu Jahresbeginn 2010 bzw. 2020.

Jahresbeginn	2010	2020
Bevölkerungszahl in Millionen	8,35	8,9

1) Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Funktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Jahresbeginn 2010.

Lösung zur Aufgabe 3

Bevölkerungszahl Österreichs

a1) 0,64 %

a2) $1{,}25 \cdot 8{,}35 = 8{,}35 \cdot 1{,}0064^{t_1} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 34{,}97...$

Nach rund 35 Jahren hat die Bevölkerung Österreichs um ein Viertel zugenommen.

b1) $f(t) = 8{,}35 + \frac{8{,}9 - 8{,}35}{2020 - 2010} \cdot t = 8{,}35 + 0{,}055 \cdot t$

t ... Zeit ab dem Jahresbeginn 2010 in Jahren
$f(t)$ ... Bevölkerungszahl zum Zeitpunkt t in Millionen

Aufgabe 4

Gewinnspiele

Im Rahmen der Eröffnung eines Einkaufszentrums werden Gewinnspiele durchgeführt. Dabei können Gutscheine gewonnen werden.

a)* In einer Urne befinden sich bis auf die Beschriftung nicht unterscheidbare Kugeln. Diese Kugeln sind mit „0“, „10“, „50“ oder „100“ beschriftet.

Die Beschriftung der jeweiligen Kugel gibt den Wert des gewonnenen Gutscheins in Euro an. Nach dem Ziehen wird die gezogene Kugel wieder in die Urne zurückgelegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kugel gezogen wird, die mit „10“ beschriftet ist, beträgt p.

Max zieht nacheinander und mit Zurücklegen 2 Kugeln aus der Urne.

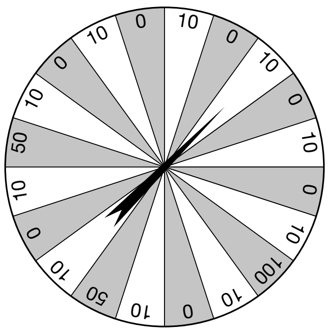
1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„genau 1 der gezogenen Kugeln ist mit „10“ beschriftet“) = ___________________

b) Ein Glücksrad besteht aus 20 gleich großen Sektoren, die mit „0“, „10“, „50“ oder „100“ beschriftet sind (siehe unten stehende Abbildung).

Die Beschriftung des jeweiligen Sektors gibt den Wert des gewonnenen Gutscheins in Euro an.

In der Mitte des Glücksrads ist ein Zeiger montiert. Der Zeiger bleibt in einem dieser Sektoren mit der gleichen Wahrscheinlichkeit stehen wie in jedem anderen Sektor. Die Ergebnisse der Drehungen sind voneinander unabhängig.



Der Zeiger des Glücksrads wird 2-mal gedreht.

1) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dabei mindestens 1 Gutschein im Wert von 100 Euro zu gewinnen, kleiner ist als jene, nichts zu gewinnen.

Der Zeiger des Glücksrads wird 8-mal gedreht.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 3-mal ein Gutschein im Wert von 50 Euro gewonnen wird.

* adaptiert

Lösung zur Aufgabe 4

Gewinnspiele

a1)* P(„genau 1 der gezogenen Kugeln ist mit „10“ beschriftet“) $= 2 \cdot p \cdot (1 - p)$

b1) P(„Gewinn von mindestens 1 Gutschein im Wert von 100 Euro“) $= 1 - \left(\frac{19}{20}\right)^2 = 0{,}0975$
P(„kein Gewinn“) $= \left(\frac{7}{20}\right)^2 = 0{,}1225$
$0{,}0975 < 0{,}1225$

Die Wahrscheinlichkeit, mindestens 1 Gutschein im Wert von 100 Euro zu gewinnen, ist also kleiner als jene, nichts zu gewinnen.

b2) X ... Anzahl der Drehungen, bei denen ein Gutschein im Wert von 50 Euro gewonnen wird

Binomialverteilung mit $n = 8$ und $p = 0{,}1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X = 3) = 0{,}0330...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 3,3 %.

* adaptiert