

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Jänner 2025

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

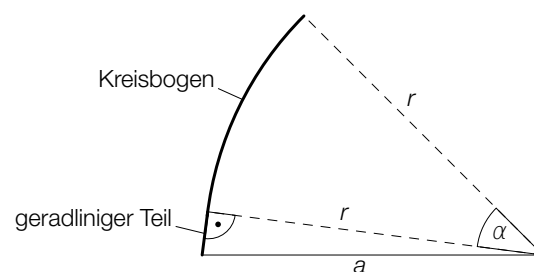
Autorennen

- a) Auf der Rennstrecke *Laguna Seca* in Kalifornien gibt es einen Streckenabschnitt namens *Corkscrew*, der auf dem steilsten Stück ein Gefälle von 11 % aufweist.

- 1) Berechnen Sie den zu diesem Gefälle gehörigen Winkel.

Ein bestimmter Streckenabschnitt setzt sich aus einem geradlinigen Teil und einem Kreisbogen zusammen.

Dieser Streckenabschnitt mit der Länge ℓ ist in der nachstehenden Abbildung (Ansicht von oben) fett markiert.



- 2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von ℓ auf. Verwenden Sie dabei α , a und r .

$$\ell = \underline{\hspace{10cm}}$$

- b) Ein anderer Streckenabschnitt mit der Länge s wird mit der konstanten Geschwindigkeit v in der Zeit t durchfahren.

Maria behauptet: „Wird auf diesem Streckenabschnitt die konstante Geschwindigkeit v um 30 % erhöht, so verringert sich die Zeit t um 30 %.“

- 1) Zeigen Sie, dass Marias Behauptung falsch ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Autorennen

a1) $\alpha = \arctan(0,11) = 6,27\dots^\circ$

Der Winkel beträgt rund $6,3^\circ$.

a2) $\ell = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ} + \sqrt{a^2 - r^2}$

b1) $t = \frac{S}{v}$

$$t_{\text{neu}} = \frac{S}{1,3 \cdot v} = 0,769\dots \cdot t$$

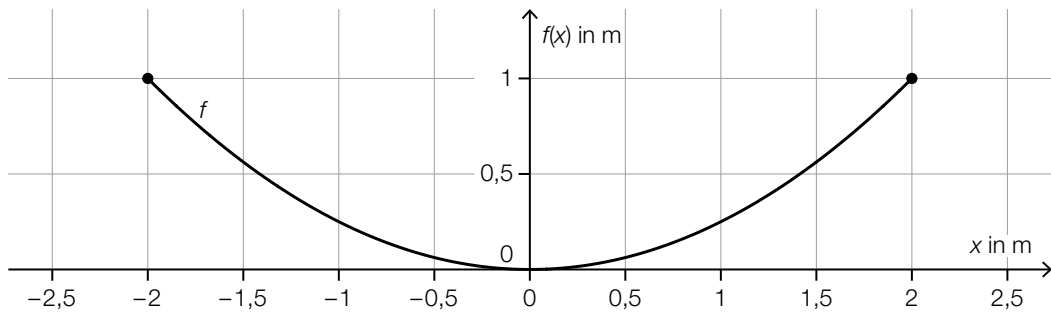
Die Aussage ist falsch, da sich die Zeit nur um rund 23 % verringert.

Aufgabe 2

Wasserkanal

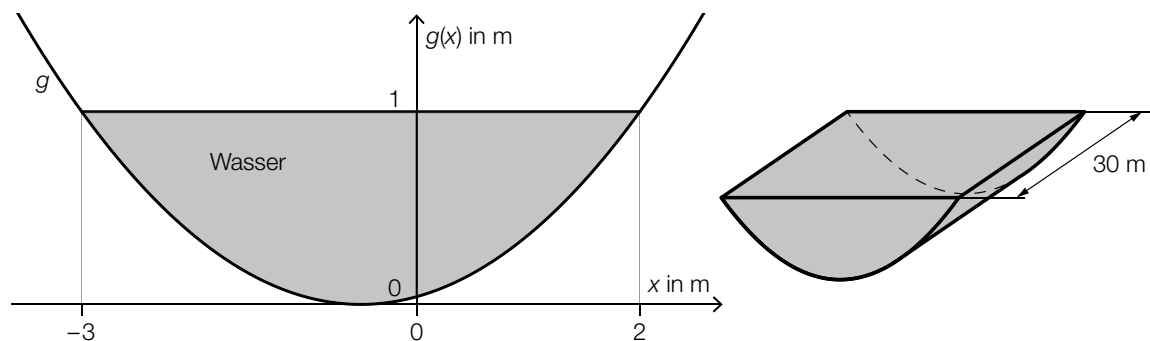
- a) Ein Bach soll reguliert werden. Dafür wird ein Wasserkanal angelegt.

Der Querschnitt eines bestimmten Abschnitts des Wasserkanals wird durch den Graphen der quadratischen Funktion f beschrieben (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Stellen Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion f auf.

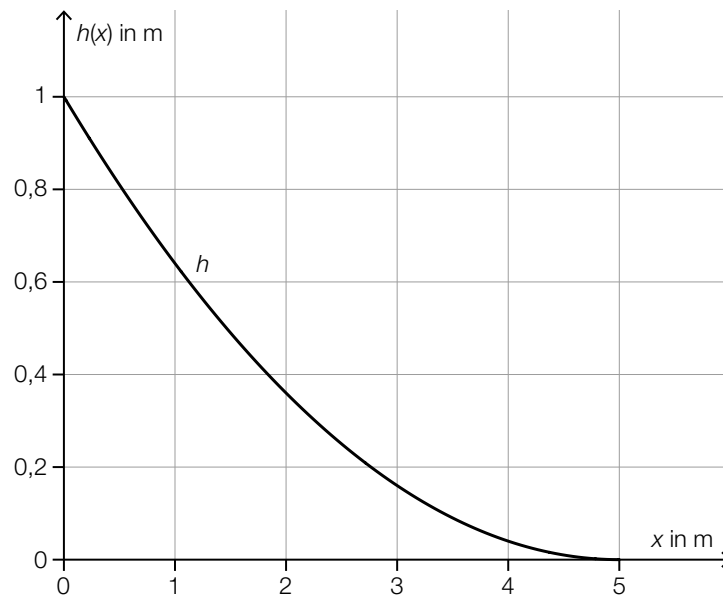
- b) Der Querschnitt eines anderen Abschnitts des Wasserkanals wird durch den Graphen der quadratischen Funktion g beschrieben. Dieser Abschnitt hat eine Länge von 30 m. (Siehe nachstehende Abbildungen.)



Es gilt: $g(x) = \frac{4}{25} \cdot x^2 + \frac{4}{25} \cdot x + \frac{1}{25}$

- 1) Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser sich in diesem Abschnitt des Wasserkanals befinden.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Polynomfunktion h dargestellt.



1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für die Polynomfunktion h im Intervall $[1; 4]$ gilt: _____ ① _____ und _____ ② _____.

①	
$h'(x) < 0$	<input type="checkbox"/>
$h'(x) = 0$	<input type="checkbox"/>
$h'(x) > 0$	<input type="checkbox"/>

②	
$h''(x) < 0$	<input type="checkbox"/>
$h''(x) = 0$	<input type="checkbox"/>
$h''(x) > 0$	<input type="checkbox"/>

Lösung zur Aufgabe 2

Wasserkanal

a1) $f(x) = a \cdot x^2$

$$f(2) = 1$$

$$a = 0,25$$

$$f(x) = 0,25 \cdot x^2$$

b1) $A = \int_{-3}^2 (1 - g(x)) dx$

oder:

$$A = 5 \cdot 1 - \int_{-3}^2 g(x) dx$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$A = \frac{10}{3}$$

$$V = \frac{10}{3} \cdot 30 = 100$$

In diesem Abschnitt des Wasserkanals befinden sich 100 m^3 Wasser.

c1)

①	
$h'(x) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$h''(x) > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabe 3

Waren- und Güterverkehr

- a) Die Menge der pro Jahr auf einer bestimmten Bahnstrecke transportierten Güter in Abhängigkeit von der Zeit kann durch die lineare Funktion g modelliert werden.

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2017

$g(t)$... Menge der pro Jahr transportierten Güter zur Zeit t in Tonnen

Die jeweilige Menge der pro Jahr transportierten Güter ist für zwei ausgewählte Jahre in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Jahr	Menge der pro Jahr transportierten Güter in Tonnen
2017	50 000
2021	135 000

- 1) Berechnen Sie mithilfe der Funktion g die Menge der pro Jahr transportierten Güter für das Jahr 2026.

In einem anderen Modell wird die Menge der pro Jahr transportierten Güter in Abhängigkeit von der Zeit durch die Exponentialfunktion f beschrieben.

$$f(t) = 50\,000 \cdot 1,282^t$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2017

$f(t)$... Menge der pro Jahr transportierten Güter zur Zeit t in Tonnen

Die Funktion f soll in der Form $f(t) = b \cdot e^{k \cdot t}$ dargestellt werden.

- 2) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$f(t) = \boxed{} \cdot e^{\boxed{} \cdot t}$$

- b) Die Anzahl der Pakete, die im Jahr 2022 in einem bestimmten Verteilzentrum pro Tag abgefertigt worden sind, lässt sich durch die Funktion p modellieren.

t ... Zeit in Tagen mit $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2022

$p(t)$... Anzahl der pro Tag abgefertigten Pakete zur Zeit t

- 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\int_0^{365} p(t) dt = 475\,000$$

Lösung zur Aufgabe 3

Waren- und Güterverkehr

$$\text{a1) } g(t) = k \cdot t + d$$

$$g(0) = 50\,000$$

$$g(4) = 135\,000$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$g(t) = 21\,250 \cdot t + 50\,000$$

$$g(9) = 241\,250$$

Die Menge der pro Jahr transportierten Güter im Jahr 2026 beträgt 241 250 Tonnen.

$$\text{a2) } 1,282 = e^k$$

$$k = \ln(1,282) = 0,248\dots$$

$$f(t) = \boxed{50\,000} \cdot e^{\boxed{0,25} \cdot t} \quad (\text{Parameter gerundet})$$

b1) In diesem Verteilzentrum sind im Jahr 2022 (bzw. in den 365 Tagen dieses Jahres) insgesamt 475 000 Pakete abgefertigt worden.

Aufgabe 4

Medizinischer Test

Bei einem bestimmten medizinischen Test werden zum Nachweis einer Krankheit Blutproben untersucht.

- a) Aus Erfahrung weiß man, dass bei solch einem Test jede Blutprobe unabhängig von den anderen Blutproben mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % ein positives Testergebnis liefert.

Es wird eine Zufallsstichprobe von 120 Blutproben untersucht.

- 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$120 \cdot 0,1 = 12$$

Es wird eine Zufallsstichprobe von 30 Blutproben untersucht.

- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter diesen 30 Blutproben keine einzige ein positives Testergebnis liefert.

- b) Nicht jede Blutprobe ist auswertbar. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine nach dem Zufallsprinzip ausgewählte Blutprobe auswertbar ist, beträgt unabhängig von den anderen Blutproben p .

Es wird eine Zufallsstichprobe von 50 Blutproben untersucht.

- 1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$$P(\text{„mindestens 49 von 50 Blutproben sind auswertbar“}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Lösung zur Aufgabe 4

Medizinischer Test

a1) Der Erwartungswert für die Anzahl positiver Testergebnisse (unter diesen 120 Blutproben) beträgt 12.

a2) $0,9^{30} = 0,0423\dots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 4,2 %.

b1) $P(\text{„mindestens 49 von 50 Blutproben sind auswertbar“}) = p^{50} + 50 \cdot p^{49} \cdot (1 - p)$

oder:

$$P(\text{„mindestens 49 von 50 Blutproben sind auswertbar“}) = \sum_{k=49}^{50} \binom{50}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{50-k}$$