

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Februar 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: „Aufgabenstellung“ und „Leitfrage“.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1		Kandidat/in 2		Kandidat/in 3		Kandidat/in 4		Kandidat/in 5	
Aufgabe 1										
Aufgabe 2										
Aufgabe 3										
Aufgabe 4										
Aufgabe 5										
gesamt										

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist bei jeder Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und bei jeder Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

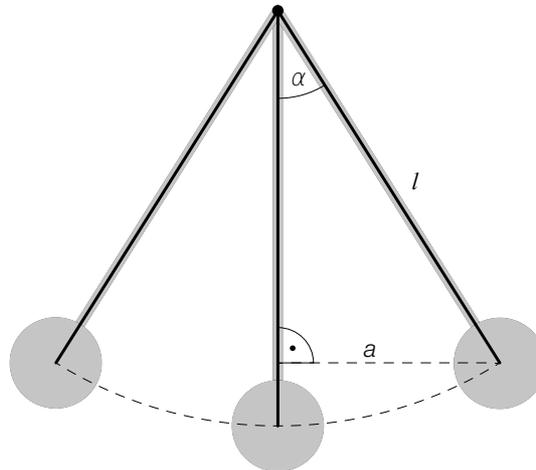
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Note	erreichte Punkte (Grundkompetenzpunkte + Leitfragenpunkte)
Sehr gut	7–10
Gut	6
Befriedigend	5
Genügend	4

Aufgabe 1

Pendel

In der nachstehenden Abbildung ist ein Pendel modellhaft dargestellt.



Aufgabenstellung:

- Stellen Sie mithilfe von a und l eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

Leitfrage:

- Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung die Größe x , die mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$x = l - a \cdot \tan(90^\circ - \alpha)$$

Lösung zur Aufgabe 1

Pendel

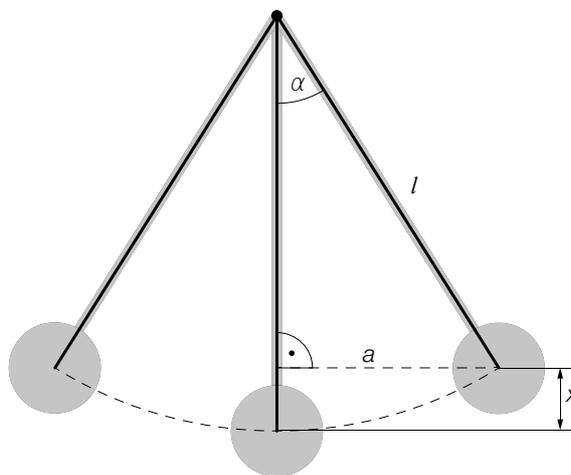
Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$\sin(\alpha) = \left(\frac{a}{l}\right) \quad \text{oder} \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{l}\right)$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Formel richtig aufgestellt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:



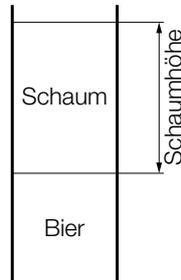
Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn x richtig gekennzeichnet wird.

Aufgabe 2

Bierschaum

Die Schaumhöhe von Bieren in zylinderförmigen Gläsern nimmt nach dem Einschenken ab.



Aufgabenstellung:

Die Schaumhöhe soll in Abhängigkeit von der Zeit t für die Biersorte A modellhaft durch die Exponentialfunktion f beschrieben werden.

$$f(t) = a \cdot b^t$$

t ... Zeit nach dem Einschenken in min

$f(t)$... Schaumhöhe zum Zeitpunkt t in cm

a, b ... Parameter

Die Halbwertszeit der Schaumhöhe beträgt 3 min.

Die Schaumhöhe beträgt 3 min nach dem Einschenken 4 cm.

– Ermitteln Sie die Parameter a und b .

Leitfrage:

Die Schaumhöhe lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit t für die Biersorte B modellhaft durch die Funktion h beschreiben.

$$h(t) = 6 \cdot 0,81^t$$

t ... Zeit nach dem Einschenken in min

$h(t)$... Schaumhöhe zum Zeitpunkt t in cm

– Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Schaumhöhe mit einer Geschwindigkeit von 1 cm/min abnimmt.

Lösung zur Aufgabe 2

Bierschaum

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$\frac{1}{2} = b^3 \Rightarrow b = 0,793\dots$$
$$f(3) = 4 \text{ oder } 4 = a \cdot b^3 \Rightarrow a = 8$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn a und b richtig ermittelt werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$h'(t) = -1 \text{ oder } 6 \cdot 0,81^t \cdot \ln(0,81) = -1$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 1,11\dots$$

Zum Zeitpunkt $t = 1,1\dots$ min beträgt die Geschwindigkeit der Abnahme 1 cm/min.

Lösungsschlüssel:

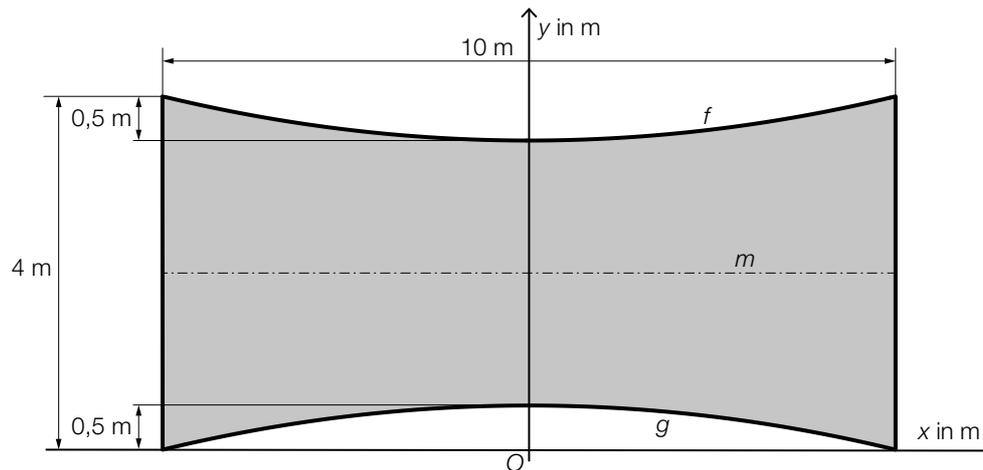
Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Zeitpunkt richtig berechnet wird.

Aufgabe 3

Trinkwassergewinnung

In trockenen, nebelreichen Gegenden werden große Netze zur Trinkwassergewinnung aufgespannt.

In der nachstehenden Abbildung ist ein solches Netz modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.



Aufgabenstellung:

Die obere Begrenzungslinie des Netzes kann durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b$ beschrieben werden.

– Ermitteln Sie a und b mithilfe der obigen Abbildung.

Leitfrage:

Der Graph der Funktion g ist bezüglich der in der obigen Abbildung eingezeichneten Mittel-Linie m symmetrisch zum Graphen der Funktion f .

– Berechnen Sie den Inhalt A der grau markierten Fläche.

Lösung zur Aufgabe 3

Trinkwassergewinnung

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$\text{I: } f(5) = 4$$

$$\text{II: } f(0) = 3,5$$

oder:

$$\text{I: } 25 \cdot a + b = 4$$

$$\text{II: } 0 \cdot a + b = 3,5$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 0,02$$

$$b = 3,5$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn a und b richtig ermittelt werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$f(x) = 0,02 \cdot x^2 + 3,5$$

$$g(x) = -0,02 \cdot x^2 + 0,5$$

$$A = \int_{-5}^5 (f(x) - g(x)) dx = 33,3\dots$$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn A richtig berechnet wird.

Aufgabe 4

Quadratische Funktionen

Aufgabenstellung:

Gegeben ist die quadratische Funktion h mit $h(x) = x^2 - p \cdot x + 4$ mit $p \in \mathbb{R}$.

– Ermitteln Sie die Koordinaten des Tiefpunkts von h in Abhängigkeit von p .

Leitfrage:

Gegeben ist die quadratische Funktion f mit $f(x) = x^2 - 2 \cdot b \cdot x - \frac{6}{35}$ mit $b \in \mathbb{R}$.
Der Graph von f hat die Nullstelle $x_1 = \frac{3}{7}$.

– Ermitteln Sie b .

– Ermitteln Sie die zweite Nullstelle x_2 von f .

Lösung zur Aufgabe 4

Quadratische Funktionen

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$h'(x) = 2 \cdot x - p = 0 \Rightarrow x = \frac{p}{2}$$

$$\text{Tiefpunkt: } T = \left(\frac{p}{2} \mid -\frac{p^2}{4} + 4 \right)$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Koordinaten des Tiefpunkts richtig ermittelt werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^2 - 2 \cdot b \cdot \frac{3}{7} - \frac{6}{35} = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{70}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{7}, x_2 = -\frac{2}{5}$$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn b und x_2 richtig ermittelt werden.

Aufgabe 5

Kleeblatt und Regenschirm

Aufgabenstellung:

Bei einem bestimmten Spiel gibt es 9 Spielkarten. Von diesen Spielkarten zeigen 3 ein Kleeblatt, die anderen 6 zeigen einen Regenschirm. Es werden 2 dieser 9 Spielkarten ohne Zurücklegen zufällig gezogen.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 1 dieser 2 Spielkarten ein Kleeblatt zeigt.

Leitfrage:

Franz hat einen 6-flächigen Würfel, der auf genau 1 Seitenfläche ein Kleeblatt zeigt. Alle anderen Seitenflächen zeigen einen Regenschirm. Franz würfelt mit diesem Würfel n -mal.

- Beschreiben Sie ein im gegebenen Sachzusammenhang mögliches Ereignis E , dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$P(E) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

Lösung zur Aufgabe 5

Kleeblatt und Regenschirm

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot 2 = \frac{1}{2}$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{2}$.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

E ... „bei n Würfeln tritt mindestens 1-mal ein Regenschirm als Wurf Ergebnis auf“

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn das Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang richtig beschrieben wird.