Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

18. September 2024

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen *270 Minuten* an Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

- Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
- Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Bei offenen Antwortformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Für die Bearbeitung offener Antwortformate wird empfohlen:

- den Lösungsweg, auch im Fall von Technologieeinsatz, nachvollziehbar zu dokumentieren,
- selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
- frühzeitiges Runden zu vermeiden,
- Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Wissen über Zahlenmengen

Gegeben sind zwei natürliche Zahlen, a und b, mit $b > a$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

In jedem Fall ist $a - b$ eine ___①___ und $b - a$ eine ___②___.

①	
natürliche Zahl	☐
rationale, aber keine natürliche Zahl	☐
rationale, aber keine ganze Zahl	☐

②	
natürliche Zahl	☐
ganze, aber keine natürliche Zahl	☐
rationale, aber keine natürliche Zahl	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 2

Kugelvolumen

Eine bestimmte Kugel hat den Radius r und das Volumen V, wobei $r, V \in \mathbb{R}^+$.
Eine andere Kugel hat den Radius $2 \cdot r$ und das Volumen $k \cdot V$.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie k.

k = ____

[0 / 1 P.]

Aufgabe 3

Sprachreise

An einer Sprachreise nehmen U Schüler/innen der Unterstufe, O Schüler/innen der Oberstufe und B Begleitpersonen teil. Die Gesamtanzahl der Schüler/innen (Unterstufe und Oberstufe) ist mindestens so groß wie das 5-Fache der Anzahl der Begleitpersonen.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Ungleichung auf, die den oben angegebenen Zusammenhang zwischen U, O und B beschreibt.

[0/1 P.]

Aufgabe 4

Vektoren in $\mathbb{R}^3$

Gegeben sind die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ in $\mathbb{R}^3$, die sich vom Nullvektor unterscheiden.

Es gilt:
Der Vektor $\vec{n}$ steht sowohl auf den Vektor $\vec{a}$ als auch auf den Vektor $\vec{b}$ normal.
Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ stehen nicht aufeinander normal.
Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind nicht zueinander parallel.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jeden Fall zutreffen. *[2 aus 5]*

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{n}$	☐
$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{n} = 0$	☐
$a_1 \cdot n_1 + a_2 \cdot n_2 + a_3 \cdot n_3 = 0$	☐
Es gibt eine Zahl $k \in \mathbb{R}$ so, dass gilt: $\vec{a} + \vec{b} = k \cdot \vec{n}$	☐
Es gibt eine Zahl $k \in \mathbb{R}$ so, dass gilt: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$	☐

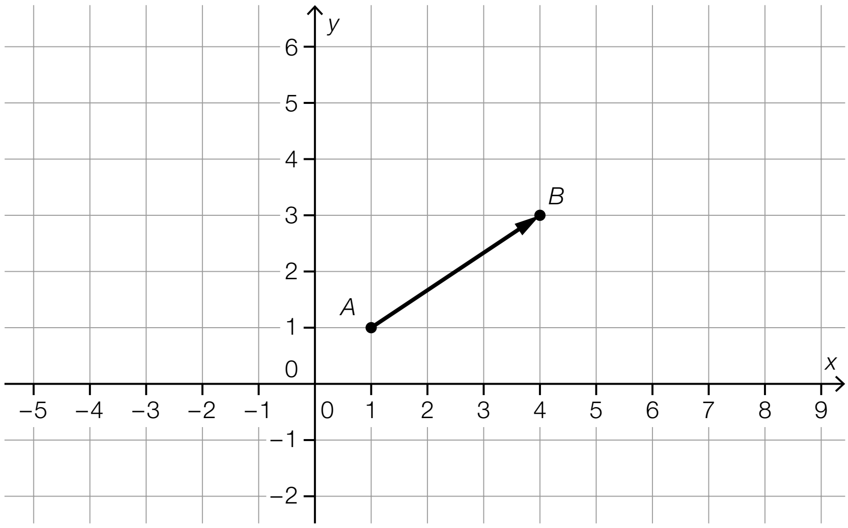
[0/1 P.]

Aufgabe 5

Wegbeschreibung

Ein Weg geht von einem Punkt *A* über einen Punkt *B* zu einem Punkt *C*. Im Punkt *B* zweigt der Weg im rechten Winkel nach rechts ab. Zwischen den Punkten *B* und *C* verläuft der Weg geradlinig.

Der Weg *AB* ist im nachstehenden Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Vektor $\vec{a}$ an, der die Richtung des Weges *BC* beschreibt.

$\vec{a} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

[0/1 P.]

Aufgabe 6

Sinus und Cosinus

Für bestimmte Winkel $\alpha \in [0°; 360°)$ gilt die Beziehung $\sin(\alpha) \geq \cos(\alpha)$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie das größtmögliche Intervall für α an, in dem diese Beziehung gilt.

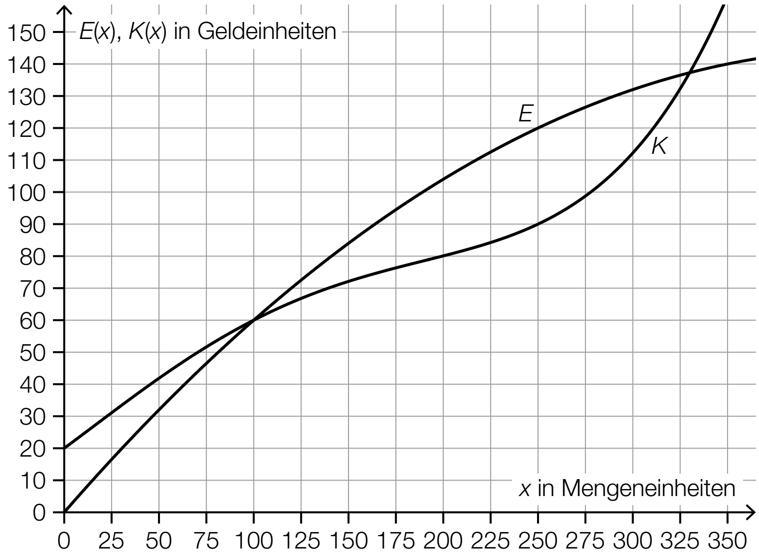
$\alpha \in [$ _______ °; _______ °$]$

[0/1 P.]

Aufgabe 7

Gewinn

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Kostenfunktion $K: x \mapsto K(x)$ und den Graphen der Erlösfunktion $E: x \mapsto E(x)$ für ein bestimmtes Produkt (x in Mengeneinheiten, $E(x)$, $K(x)$ in Geldeinheiten).



Im Folgenden wird angenommen, dass alle produzierten Mengeneinheiten dieses Produkts auch verkauft werden.

Ein positiver Gewinn wird erstmals bei mehr als x_1 produzierten und verkauften Mengeneinheiten dieses Produkts erzielt.

Der Gewinn ist bei x_2 produzierten und verkauften Mengeneinheiten dieses Produkts maximal.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung x_1 und x_2.

x_1 = ____________________ Mengeneinheiten

x_2 = ____________________ Mengeneinheiten

[0/½/1 P.]

Aufgabe 8

Parameter einer linearen Funktion

Gegeben ist eine lineare Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$. Der Graph dieser linearen Funktion verläuft durch die Punkte $A = (a \mid a)$ und $B = (3 \cdot a \mid 2 \cdot a)$, wobei $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass in jedem Fall eine richtige Aussage entsteht.

Für den Parameter k gilt ____①____ und für den Parameter d gilt ____②____.

①	
$k = \frac{a}{2}$	☐
$k = \frac{1}{2}$	☐
$k = 2 \cdot a$	☐

②	
$d = \frac{a}{2}$	☐
$d = \frac{1}{2}$	☐
$d = 2 \cdot a$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 9

Wassermenge in einem Swimmingpool

Die lineare Funktion $V: [0; 10] \to \mathbb{R}_0^+$ beschreibt modellhaft die Wassermenge in einem Swimmingpool in Abhängigkeit von der Zeit t (t in min, $V(t)$ in L).

Für alle $t \in [0; 9]$ gilt:
$V(t + 1) - V(t) = -10$

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die obige Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheiten.

[0/1 P.]

Aufgabe 10

Sauerstoff

Die Funktion S ordnet der Temperatur T von Wasser die maximale Aufnahmefähigkeit $S(T)$ von reinem Sauerstoff zu (T in °C, $S(T)$ in mg/L). Nachstehend ist eine Wertetabelle von S gegeben.

Temperatur T (in °C)	maximale Aufnahmefähigkeit $S(T)$ (in mg/L)
0	14,6
20	9,1

Es wird angenommen, dass S eine Exponentialfunktion ist.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Temperatur T_1, bei der $S(T_1)$ nur mehr halb so groß wie $S(0)$ ist.

[0/1 P.]

Aufgabe 11

Gammastrahlung

Bei einem Experiment mit einem radioaktiven Präparat wurde die Intensität der Gammastrahlung nach der Durchdringung durch drei Bleiplatten unterschiedlicher Dicke (2 cm, 5 cm bzw. 7 cm) gemessen. Die Ergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle ersichtlich.

Plattendicke (in cm)	2	5	7
Intensität (in %)	38,94	9,46	3,69

Julian behauptet: „Die Daten lassen darauf schließen, dass die Intensität in Abhängigkeit von der Plattendicke annähernd exponentiell abnimmt."

Aufgabenstellung:

Weisen Sie rechnerisch nach, dass Julians Behauptung richtig ist.

[0/1 P.]

Aufgabe 12

Periodenlängen

Gegeben sind die Funktionen $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sin(a \cdot x)$ und $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \sin\left(\frac{1}{a} \cdot x\right)$.
Dabei gilt: $a \in \mathbb{R}$ und $a > 1$
Die (kleinste) Periodenlänge von f wird mit p_f bezeichnet, die (kleinste) Periodenlänge von g wird mit p_g bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für p_g gilt: ______①______; für $\frac{p_f}{p_g}$ gilt: ______②______.

①	
$p_g = 2 \cdot \pi$	☐
$p_g = \frac{2 \cdot \pi}{a}$	☐
$p_g = 2 \cdot \pi \cdot a$	☐

②	
$\frac{p_f}{p_g} = a^2$	☐
$\frac{p_f}{p_g} = \frac{1}{a^2}$	☐
$\frac{p_f}{p_g} = 2 \cdot \pi \cdot a^2$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 13

Preisunterschied

Ein bestimmtes Produkt kostet im örtlichen Geschäft x Euro, im Onlinehandel kostet es y Euro.
Es gilt: $x > y > 0$

Der relative Anteil, um den das Produkt im örtlichen Geschäft teurer als im Onlinehandel ist, wird mit h bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie mithilfe von x und y eine Formel zur Berechnung von h auf.

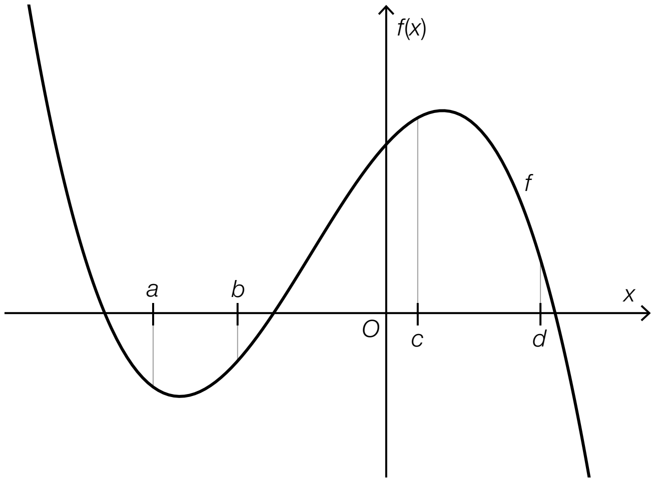
h = ____

[0/1 P.]

Aufgabe 14

Differenzen- und Differenzialquotient

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades *f* dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden auf die Funktion *f* zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

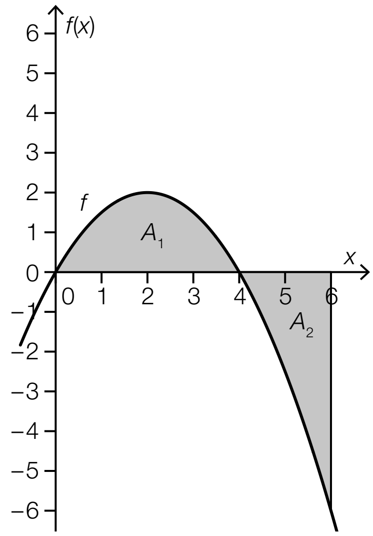
$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} > 0$	☐
$\frac{f(d) - f(c)}{d - c} > f'(c)$	☐
$f'(b) < 0$	☐
$\frac{f(c) - f(b)}{c - b} < 0$	☐
$f'(d) < f'(c)$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 15

Funktionswerte einer Stammfunktion

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Polynomfunktion f dargestellt.



A_1 ... Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse im Intervall $[0; 4]$
A_2 ... Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse im Intervall $[4; 6]$

Es gilt: $A_1 = A_2 = \frac{16}{3}$

Für eine Stammfunktion F von f gilt: $F(0) = 0$

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Werte von $F(4)$ und $F(6)$ an.

$F(4) =$ __________

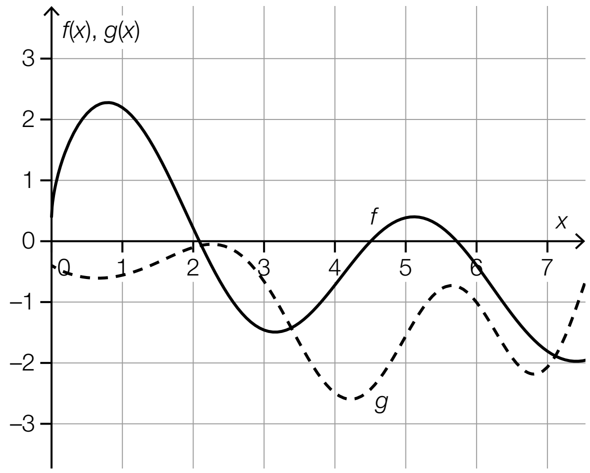
$F(6) =$ __________

[0/½/1 P.]

Aufgabe 16

Ableitungen zweier Funktionen

Nachstehend sind die Graphen der zwei zweimal differenzierbaren reellen Funktionen f und g dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$g'(1) > 1$	☐
$f'(3) > g'(3)$	☐
$f'(5) > g'(5)$	☐
$f''(1) > g''(1)$	☐
$f''(3) > g''(3)$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 17

Bestimmtes Integral

Gegeben ist die lineare Funktion f mit $f(x) = -0{,}5 \cdot x + a$ mit $a > 0$.

Es gilt: $\int_0^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x = 0$ mit $x_1 > 0$

Aufgabenstellung:

Tragen Sie in der nachstehenden Gleichung die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

$x_1 = \boxed{} \cdot a$

[0/1 P.]

Aufgabe 18

Geometrische Deutung der Summenregel

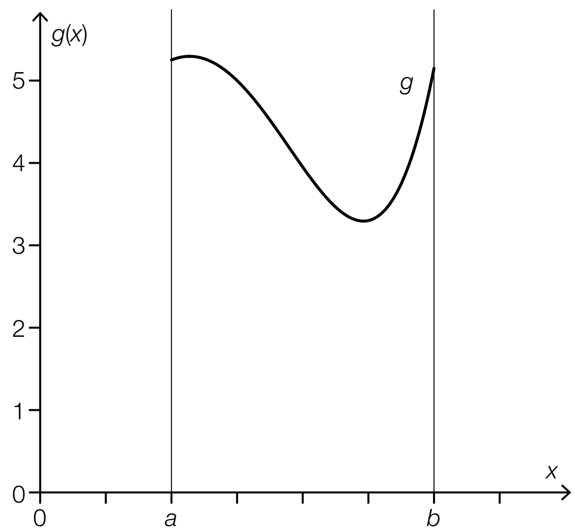
Gegeben sind die Polynomfunktionen f und g mit $g(x) = f(x) + 2$ mit $x \in [a; b]$.

Die Fläche zwischen dem Graphen von g und der x-Achse im Intervall $[a; b]$ teilt sich in eine Teilfläche mit dem Flächeninhalt A und eine Teilfläche mit dem Flächeninhalt B.
Es gilt:

$A = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ und $B = \int_a^b 2\,\mathrm{d}x$

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung die Teilfläche mit dem Flächeninhalt A ein.



[0/1 P.]

Aufgabe 19

Mailadressen

Bei einer Umfrage wurden Jugendliche und Erwachsene dazu befragt, wie viele Mailadressen sie verwenden. Die Antworten sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

	höchstens 2 Mailadressen	mehr als 2 Mailadressen
Jugendliche	205	295
Erwachsene	935	565

Der relative Anteil aller befragten Personen (Jugendliche und Erwachsene), die mehr als 2 Mailadressen verwenden, wird mit p bezeichnet.

Der relative Anteil der befragten Jugendlichen, die mehr als 2 Mailadressen verwenden, wird mit q bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie p und q.

p = ____

q = ____

[0/½/1 P.]

Aufgabe 20

Statistische Kennzahlen

Die Datenliste $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ besteht aus 10 verschiedenen Zahlen und ist aufsteigend geordnet.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Die Zahl x_7 ist das 3. Quartil q_3 der Datenliste.	☐
Die Zahl x_3 ist das 1. Quartil q_1 der Datenliste.	☐
Die Summe der Zahlen $x_1, \dots, x_{10}$ ist 10-mal so groß wie das arithmetische Mittel der Datenliste.	☐
Das arithmetische Mittel der Datenliste ist in jedem Fall kleiner als x_9.	☐
Die Zahl x_5 ist der Median der Datenliste.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 21

Fußballmannschaft

Die Körpergrößen der 11 Spieler der Fußballmannschaft einer Schule werden erhoben.
Die erhobenen Daten werden der Größe nach geordnet.

- Der kleinste Spieler ist 1,40 m groß.
- Genau 2 Spieler sind 1,45 m groß.
- Die übrigen Spieler sind größer als 1,70 m.
- Der größte Spieler ist 1,80 m groß.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Die Spannweite der erhobenen Daten beträgt 0,5 m.	☐
Der Median der erhobenen Daten ist größer als 1,70 m.	☐
Das arithmetische Mittel der erhobenen Daten ist größer als 1,75 m.	☐
Mehr als 60 % der Spieler sind größer als 1,70 m.	☐
Weniger als 20 % der Spieler sind kleiner als 1,50 m.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 22

Kugeln in einem Gefäß

In einem Gefäß befinden sich 12 rote und 15 weiße Kugeln. Aus diesem Gefäß werden 3 Kugeln ohne Zurücklegen nach dem Zufallsprinzip gezogen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie das Ereignis E an, dessen Wahrscheinlichkeit durch $P(E) = 1 - \frac{15}{27} \cdot \frac{14}{26} \cdot \frac{13}{25}$ gegeben ist. *[1 aus 6]*

Es wird höchstens 1 weiße Kugel gezogen.	☐
Es wird mindestens 1 rote Kugel gezogen.	☐
Es wird mindestens 1 weiße Kugel gezogen.	☐
Es wird keine weiße Kugel gezogen.	☐
Es wird höchstens 1 rote Kugel gezogen.	☐
Es werden mindestens 2 weiße Kugeln gezogen.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 23

Erwartungswerte und Standardabweichungen

Die nachstehenden Tabellen geben die jeweilige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X und Y mit $a \in \mathbb{R}$ an.

Zufallsvariable X:

k	$a - 2$	a	$a + 2$
$P(X = k)$	0,1	0,8	0,1

Zufallsvariable Y:

k	a	$a + 2$	$a + 4$
$P(Y = k)$	0,4	0,2	0,4

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für die Erwartungswerte gilt ___①___ und für die Standardabweichungen gilt ___②___.

①	
$E(X) < E(Y)$	☐
$E(X) = E(Y)$	☐
$E(X) > E(Y)$	☐

②	
$\sigma(X) < \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) = \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 24

Experiment

Ein Experiment besteht aus n unabhängigen Durchführungen eines bestimmten Versuchs ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$). Jede Durchführung dieses Versuchs läuft unter den gleichen Bedingungen ab und hat ausschließlich die zwei möglichen Versuchsausgänge A und B mit den Wahrscheinlichkeiten $P(A) = a$ und $P(B) = b$.

Die Wahrscheinlichkeit P_1 gibt an, dass der Versuchsausgang A dabei höchstens 2-mal eintritt.

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Term zur Berechnung von P_1 an.

$P_1 =$ ____

[0/1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

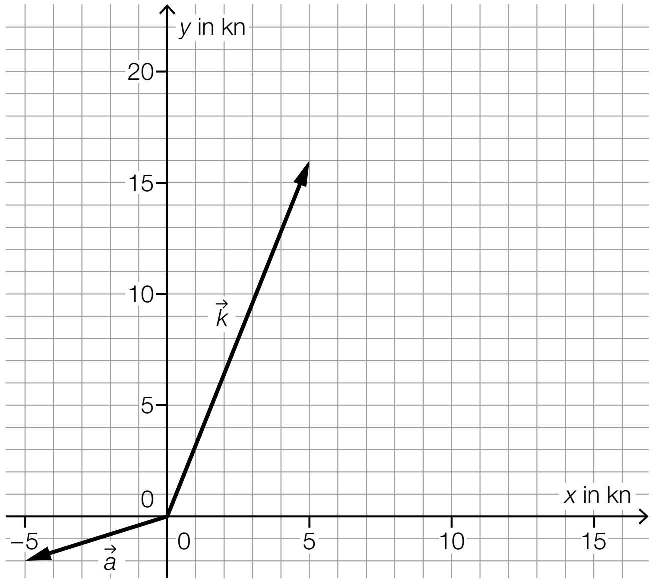
Containerschiffe

Containerschiffe ermöglichen den kostengünstigen Transport großer Mengen verschiedenster Güter auf dem Seeweg.

In der Schifffahrt werden Entfernungen in Seemeilen (sm) und Geschwindigkeiten in Knoten (kn) angegeben.

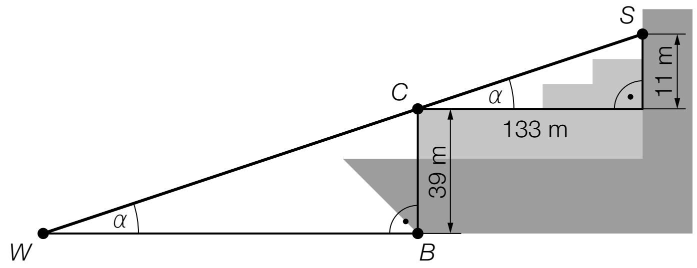
Aufgabenstellung:

a) Der Kurs eines Containerschiffs wird modellhaft durch die Geschwindigkeitsvektoren $\vec{k}$, $\vec{a}$ und $\vec{s}$ beschrieben.
Der Zielkurs $\vec{k}$ ergibt sich aus dem angesteuerten Kurs $\vec{s}$ und der sogenannten Abdrift $\vec{a}$.
Es gilt: $\vec{k} = \vec{s} + \vec{a}$
Für einen bestimmten Zeitpunkt sind die Geschwindigkeitsvektoren $\vec{k}$ und $\vec{a}$ in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Vektor $\vec{s}$ als Pfeil ausgehend vom Koordinatenursprung ein. *[0/1 P.]*

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein bestimmtes Containerschiff modellhaft in der Ansicht von der Seite dargestellt. Die Sicht vom Punkt S auf die Wasseroberfläche ist durch Container eingeschränkt.



1) Berechnen Sie die Länge der Strecke BW. *[0/1 P.]*

c) Für Geschwindigkeiten von 10 kn bis 30 kn kann der Treibstoffverbrauch eines bestimmten Containerschiffs in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit durch die Funktion f modelliert werden.

$f(v) = a \cdot v^3 + b$

v ... Geschwindigkeit in kn
$f(v)$ ... Treibstoffverbrauch bei der Geschwindigkeit v in kg/sm
a, b ... reelle Parameter

Es gilt:

- Bei einer Geschwindigkeit von 10 kn beträgt der Treibstoffverbrauch 90 kg/sm.
- Bei einer Geschwindigkeit von 25 kn beträgt der Treibstoffverbrauch 260 kg/sm.

1) Berechnen Sie die Koeffizienten a und b. *[0/1 P.]*

d) Bei jeder Fahrt eines bestimmten Containerschiffs werden sowohl befüllte als auch leere Container transportiert.

Die jeweilige Anzahl an befüllten sowie leeren Containern ist für 10 bestimmte Fahrten in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Fahrt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
befüllte Container	6800	7100	7600	6900	7000	6800	6600	7800	8000	c
leere Container	1200	1000	500	1200	1500	1300	1100	300	200	d

Das arithmetische Mittel der Anzahl an befüllten Containern dieser 10 Fahrten zusammen beträgt 7200.

Der Median der Anzahl an leeren Containern dieser 10 Fahrten ist gleich dem Median der Anzahl an leeren Containern der ersten 9 dieser 10 Fahrten.

1) Ermitteln Sie c und d.

c = ______________________________

d = ______________________________ *[0/½/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Slackline

Slacklinen ist eine Sportart, bei der man auf einem Band balanciert.

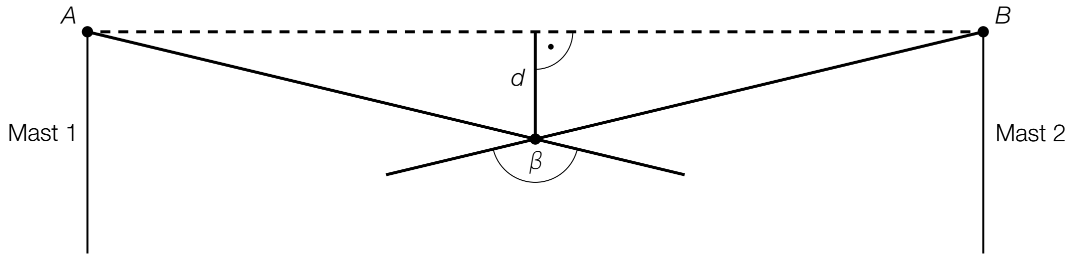
Zwei für diese Sportart geeignete vertikale Masten stehen 12 m voneinander entfernt. Das Band wird an zwei Aufhängungspunkten dieser Masten, A und B, befestigt, die sich auf gleicher Höhe befinden (siehe unten stehende Abbildungen).

Aufgabenstellung:

a) Beim Slacklinen wird ein elastisches Band horizontal über dem Boden befestigt.

Theo steht exakt in der Mitte des Bandes, wodurch ein bestimmter Durchhang d entsteht.

Die Situation ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Für die Größe der auftretenden Kraft F (in N) in einem Aufhängungspunkt gilt:

$F = \frac{10 \cdot e \cdot m}{4 \cdot d}$

e ... horizontale Entfernung der Aufhängungspunkte A und B (in m)
m ... Körpermasse (in kg)
d ... Durchhang (in m)

Die Funktion $d\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, m \mapsto d(m)$ bei konstantem F und e sowie die Funktion $F\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, d \mapsto F(d)$ bei konstantem m und konstantem e beschreiben jeweils einen bestimmten Zusammenhang.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Die Funktion *d* beschreibt einen ______①______ Zusammenhang, die Funktion *F* beschreibt einen ______②______ Zusammenhang.

①	
direkt proportionalen	☐
indirekt proportionalen	☐
nicht proportionalen	☐

②	
direkt proportionalen	☐
indirekt proportionalen	☐
nicht proportionalen	☐

Theo hat eine Körpermasse m von $m = 80$ kg.

2) Ermitteln Sie für $\beta = 160°$ die Größe der auftretenden Kraft F (in N) in einem Aufhängungspunkt. *[0/1 P.]*

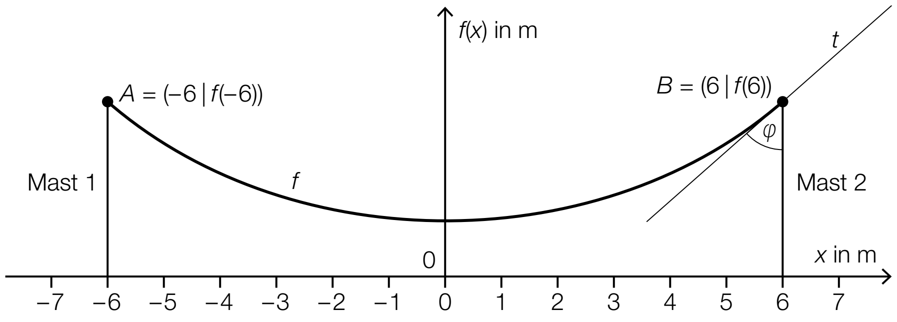
Theo versucht mehrfach, das Band zu überqueren. Er schafft die Überquerung jeweils mit der Wahrscheinlichkeit p.
Es wird modellhaft angenommen, dass die Versuche voneinander unabhängig sind und die Erfolgswahrscheinlichkeit p bei jedem Versuch gleich hoch ist.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Theo bei 10 Versuchen mindestens 2-mal das Band erfolgreich überquert, beträgt 99 %.

3) Ermitteln Sie p. *[0/1 P.]*

b) Eine Variante des Slacklinens ist das *Rodeolinen*, bei dem das Band nicht gespannt ist.
Die Funktion $f\colon [-6; 6] \to \mathbb{R}^+, x \mapsto f(x)$ gibt modellhaft die Höhe des Bandes über dem Boden an der Stelle x an (x in m, $f(x)$ in m).

Der Graph von f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Der Mast 2 schließt mit der Tangente t an den Graphen von f im Aufhängungspunkt B den Winkel φ ein.

1) Stellen Sie eine Gleichung auf, die den Zusammenhang zwischen $f'(6)$ und φ beschreibt.

[0/1 P.]

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Tauchen im Grundlsee

Mia und Laurin machen Urlaub am Grundlsee, um im See zu tauchen.

Aufgabenstellung:

a) Der auf eine Taucherin bzw. einen Taucher einwirkende Gesamtdruck ist die Summe des Luftdrucks an der Wasseroberfläche und des Wasserdrucks.

Mia macht einen Tauchgang. Der dabei auf Mia einwirkende Gesamtdruck in Abhängigkeit von der Tauchtiefe d wird modellhaft durch die lineare Funktion p beschrieben.

d ... Tauchtiefe in m
$p(d)$ ... Gesamtdruck bei der Tauchtiefe d in Millibar (mbar)

Es gilt:

- Der auf Mia einwirkende Gesamtdruck nimmt pro Meter Tauchtiefe um 98 mbar zu.
- Der Luftdruck an der Wasseroberfläche des Grundlsees beträgt 930 mbar.

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von p auf.

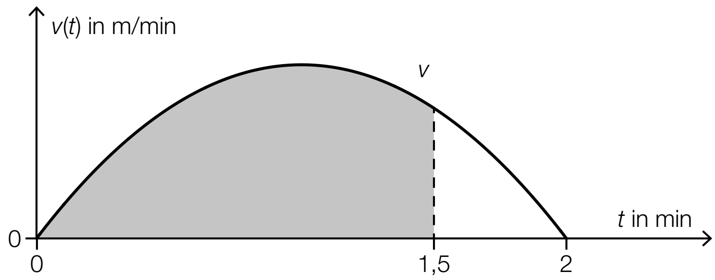
$p(d) =$ ____ *[0/1 P.]*

b) Laurin macht einen Tauchgang und taucht dabei schräg nach unten. Seine Geschwindigkeit in vertikaler Richtung beim Abtauchen wird dabei modellhaft durch die quadratische Funktion $v: [0; 2] \to \mathbb{R}$ beschrieben.

Dabei gilt: $v(t) = c \cdot t \cdot (t - 2)$ mit $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

t ... Zeit ab Beginn des Abtauchens in min
$v(t)$ ... Geschwindigkeit in vertikaler Richtung zum Zeitpunkt t in m/min

Der Graph von v ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Interpretieren Sie den Flächeninhalt des in der obigen Abbildung grau markierten Bereichs im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

Laurin erreicht 2 min nach Beginn des Abtauchens eine Tauchtiefe von 16 m.

2) Ermitteln Sie c. *[0/1 P.]*

3) Ermitteln Sie dasjenige Zeitintervall, in dem Laurins Geschwindigkeit in vertikaler Richtung mindestens 9 m/min beträgt. *[0/1 P.]*

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

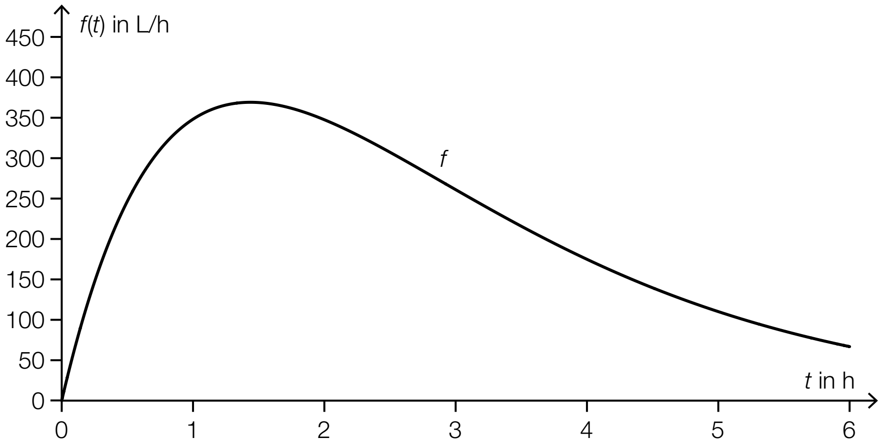
Hausdach

Aufgabenstellung:

a) Eine Regenwassertonne fängt das von einem Hausdach herabfließende Regenwasser auf. Ab Beginn eines mehrstündigen Regens kann die momentane Änderungsrate der Wassermenge in der Regenwassertonne modellhaft durch die Funktion $f\colon [0; 6] \to \mathbb{R}_0^+,\ t \mapsto f(t)$ beschrieben werden (t seit Beginn des Regens in h, $f(t)$ in L/h). Zu Beginn des Regens sind bereits 400 L Wasser in der Regenwassertonne.

1) Interpretieren Sie $400 + \int_0^6 f(t)\,\mathrm{d}t$ im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit. *[0/1 P.]*

Der Graph der Funktion f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Die Funktion f hat bei $t_1 = 1{,}4$ eine lokale Maximumstelle und bei $t_2 = 2{,}9$ eine Wendestelle.

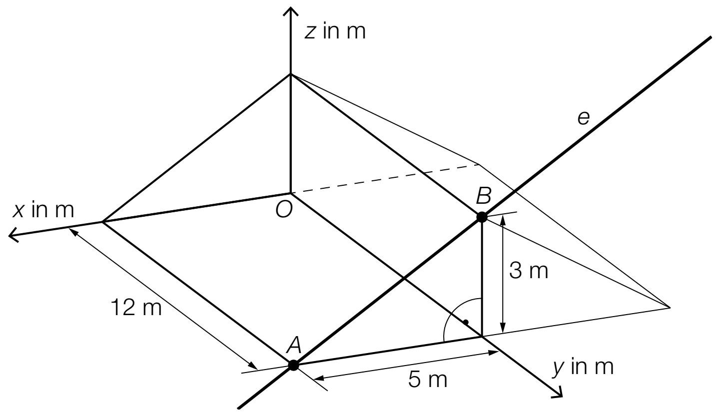


Die Funktion $F\colon [0; 6] \to \mathbb{R}_0^+,\ t \mapsto F(t)$ mit $F(0) = 400$ ist eine Stammfunktion von f (t in h, $F(t)$ in L).

2) Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]* *[0/1 P.]*

F ist streng monoton steigend.	☐
F hat bei $t_1 = 1{,}4$ den Funktionswert 370.	☐
Der Graph von F ändert bei $t_1 = 1{,}4$ das Krümmungsverhalten.	☐
Der Graph von F hat bei $t_1 = 1{,}4$ eine horizontale Tangente.	☐
F hat bei $t_2 = 2{,}9$ eine lokale Maximumstelle.	☐

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein Hausdach modellhaft in einem kartesischen Koordinatensystem dargestellt. Das Dach wird durch Dachkanten begrenzt.



Die Dachkante AB liegt auf der Geraden e.
Der Punkt A liegt in der xy-Ebene, der Punkt B liegt in der yz-Ebene.

1) Geben Sie eine Parameterdarstellung von e an. *[0/1 P.]*

Zwei andere Dachkanten liegen auf den Geraden g und h. Es gilt:

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h\colon X = \begin{pmatrix} -5 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}$$

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Die beiden Geraden sind ___①___ und ___②___.

①	
zueinander parallel	☐
schneidend	☐
zueinander windschief	☐

②	
g verläuft parallel zur x-Achse	☐
h verläuft parallel zur y-Achse	☐
h verläuft durch den Punkt $(0\vert 0\vert 3)$	☐