

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2024

Angewandte Mathematik (BHS) Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

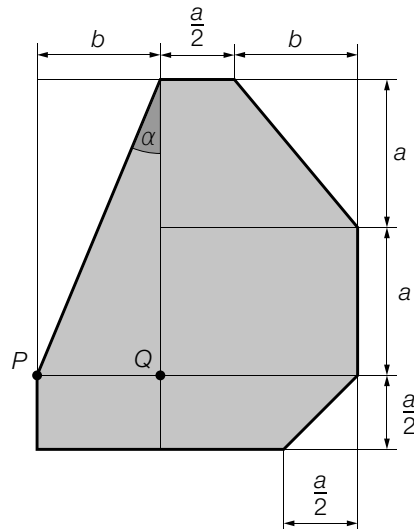
Aufgabe 1

Baggerschaufel

- a) Im nebenstehenden Foto ist ein Spielzeugbagger abgebildet, in der nachstehenden Abbildung ist die Seitenfläche seiner Baggerschaufel schematisch dargestellt.



Bildquelle: BMBWF



- 1) Ergänzen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

$$A = \left(2 \cdot b + \frac{a}{2}\right) \cdot \left(2 \cdot a + \frac{a}{2}\right) - \boxed{} - \boxed{} - \boxed{}$$

- 2) Vervollständigen Sie mithilfe der Abmessungen aus der obigen Abbildung die nachstehende Gleichung.

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{PQ}}{\boxed{}}$$

- b) Der Spielzeugbagger ist maßstabgetreu einem Originalbagger nachgebaut. Das Volumen der Baggerschaufel des Originalbaggers beträgt rund $2,5 \text{ m}^3$ und ist um den Faktor 16^3 größer als das Volumen der Baggerschaufel des Spielzeugbaggers.

- 1) Tragen Sie die Maßzahl für das Volumen der Baggerschaufel des Spielzeugbaggers in Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ ein.

$$V_{\text{Spielzeugbagger}} = \underline{\hspace{10cm}} \text{ mm}^3$$

Lösung zur Aufgabe 1

Baggerschaufel

$$\text{a1) } A = \left(2 \cdot b + \frac{a}{2}\right) \cdot \left(2 \cdot a + \frac{a}{2}\right) - \boxed{\frac{2 \cdot a \cdot b}{2}} - \boxed{\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{4}} - \boxed{\frac{a \cdot b}{2}}$$

Äquivalente Darstellungen (z. B. auch durch Zusammenfassung von Subtrahenden in ein Kästchen) sind als richtig zu werten.

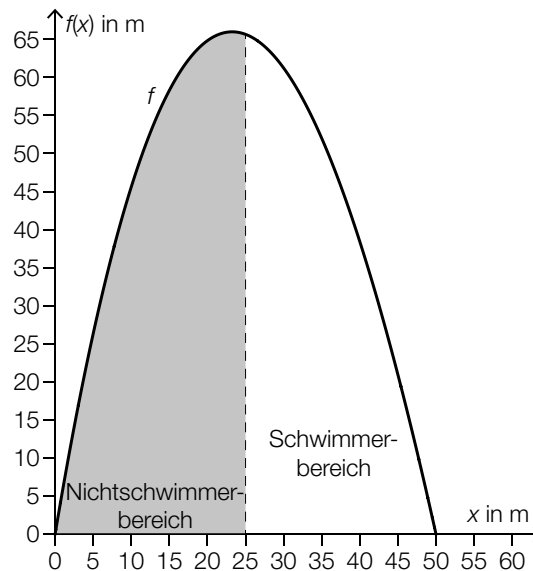
$$\text{a2) } \tan(\alpha) = \frac{\overline{PQ}}{\boxed{2 \cdot a}}$$

$$\text{b1) } V_{\text{Spielzeugbagger}} = \frac{2,5}{16^3} \text{ m}^3 = \frac{2,5}{4096} \text{ m}^3 = 6,10\dots \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 6,10\dots \cdot 10^5 \text{ mm}^3$$

Aufgabe 2

Park

- a) In einem Park wird ein Schwimmteich angelegt. In der nachstehenden Abbildung ist dieser Schwimmteich in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.



Eine Begrenzungslinie des Schwimmteichs kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

$$f(x) = 0,0006 \cdot x^3 - 0,15 \cdot x^2 + 6 \cdot x \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 50$$

$x, f(x)$... Koordinaten in m

- 1) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Nichtschwimmerbereichs.
- b) In diesem Park gibt es Wanderwege. Das Höhenprofil eines Wanderwegs wird durch die quadratische Funktion h modelliert.

$$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

x ... waagrechte Entfernung vom Startpunkt in m

$h(x)$... Höhe über dem Meeresspiegel bei der Entfernung x in m

Der Startpunkt des Wanderwegs hat eine Höhe über dem Meeresspiegel von 200 m.

An der Stelle $x = 100$ m hat das Höhenprofil eine Steigung von 5 %.

An der Stelle $x = 500$ m hat das Höhenprofil ein Maximum.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a , b und c .
- 2) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet werden kann.

$$\frac{h(600) - h(0)}{600 - 0}$$

Lösung zur Aufgabe 2

Park

$$\text{a1) } A = \int_0^{25} f(x) dx = 1\,152,3\dots$$

Der Flächeninhalt beträgt rund $1\,152 \text{ m}^2$.

$$\text{b1) } h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$\text{I: } h(0) = 200$$

$$\text{II: } h'(100) = 0,05$$

$$\text{III: } h'(500) = 0$$

oder:

$$\text{I: } a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 200$$

$$\text{II: } 2 \cdot a \cdot 100 + b = 0,05$$

$$\text{III: } 2 \cdot a \cdot 500 + b = 0$$

b2) Mit diesem Ausdruck kann die mittlere Steigung von h auf den ersten 600 m waagrechter Entfernung berechnet werden.

Aufgabe 3

LED-Lampen

- a) Der Anteil der LED-Lampen am Leuchtmittelmarkt nimmt ständig zu. In der nachstehenden Tabelle ist der Prozentsatz des Marktanteils der LED-Lampen am Leuchtmittelmarkt in der EU zu Beginn des jeweils angegebenen Jahres angeführt.

Jahr	2011	2016	2020
Prozentsatz des Marktanteils der LED-Lampen	9 %	47 %	73 %

- 1) Zeigen Sie mithilfe der in der Tabelle angegebenen Werte, dass man nicht von einem linearen Wachstum der Prozentsätze ausgehen kann.
- b) Lumen ist die Einheit für den Lichtstrom und gibt an, wie hell das abgestrahlte Licht eines Leuchtmittels ist.

Der Preis pro Lumen für im Handel erhältliche LED-Lampen sinkt immer weiter. Im Jahr 2000 betrug der Preis pro Lumen 0,065 Euro, im Jahr 2010 betrug der Preis pro Lumen nur noch 0,0032 Euro. In einem einfachen Modell wird davon ausgegangen, dass der Preis pro Lumen in jedem Jahr um den gleichen konstanten Prozentsatz bezogen auf das jeweilige Vorjahr sinkt.

Der Preis pro Lumen soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren durch die Funktion p beschrieben werden.

t ... Zeit in Jahren

$p(t)$... Preis zum Zeitpunkt t in Euro

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion p auf. Wählen Sie dabei $t = 0$ für das Jahr 2000.
- c) Eine LED-Lampe hat einen Öffnungswinkel α , unter dem das Licht abgestrahlt wird. Dieser Öffnungswinkel ist kleiner als 180° . Um eine Rundum-Beleuchtung zu erreichen, benötigt man daher mehrere LED-Lampen mit gleichem Öffnungswinkel.

Für bestimmte Öffnungswinkel α kann die Anzahl der für eine Rundum-Beleuchtung benötigten LED-Lampen mit der Funktion N berechnet werden.

$$N(\alpha) = \frac{2}{1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

α ... Öffnungswinkel einer LED-Lampe in Grad

$N(\alpha)$... Anzahl der für eine Rundum-Beleuchtung benötigten LED-Lampen mit dem Öffnungswinkel α

- 1) Berechnen Sie den Öffnungswinkel α einer einzelnen LED-Lampe bei einer Rundum-Beleuchtung mit 4 LED-Lampen.

Lösung zur Aufgabe 3

LED-Lampen

$$\begin{aligned} \text{a1) } \frac{47 - 9}{2016 - 2011} &= 7,6 \\ \frac{73 - 47}{2020 - 2016} &= 6,5 \\ \frac{73 - 9}{2020 - 2011} &= 7,1\dots \end{aligned}$$

Es liegt kein linearer Zusammenhang vor, weil die Differenzenquotienten nicht gleich sind.

Für die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, alle 3 angegebenen Differenzenquotienten zu ermitteln.

$$\begin{aligned} \text{b1) } p(t) &= p_0 \cdot a^t \\ 0,065 &= p_0 \\ 0,0032 &= p_0 \cdot a^{10} \end{aligned}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 0,739\dots$$

$$p(t) = 0,065 \cdot 0,74^t \quad \text{oder} \quad p(t) = 0,065 \cdot e^{-0,3 \cdot t} \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

$$\text{c1) } 4 = \frac{2}{1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\alpha = 120^\circ$$

Der Öffnungswinkel α einer einzelnen LED-Lampe beträgt 120° .

Aufgabe 4

Bierflaschen

Bierflaschen werden vor einer erneuten Befüllung zunächst auf Beschädigungen und danach auf Verschmutzungen hin untersucht.

- a) Beschädigte Flaschen oder Flaschen mit zu starker Verschmutzung werden nicht wiederbefüllt. Alle anderen Flaschen werden wiederbefüllt.

Eine zufällig ausgewählte Flasche ist mit der Wahrscheinlichkeit p beschädigt.

Eine Flasche, die nicht beschädigt ist, ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % auch nicht zu stark verschmutzt.

- 1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$$P(\text{„eine zufällig ausgewählte Flasche wird wiederbefüllt“}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

- b) In einer bestimmten Brauerei weiß man aus Erfahrung, dass 85 % aller Flaschen wiederbefüllt werden.

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 48 zufällig ausgewählten Flaschen mindestens die Hälfte und höchstens $\frac{3}{4}$ wiederbefüllt werden.
- 2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(E) = 1 - 0,85^5 \approx 0,56$$

Lösung zur Aufgabe 4

Bierflaschen

a1) $P(\text{„eine zufällig ausgewählte Flasche wird wiederbefüllt“}) = (1 - p) \cdot 0,98$

b1) X ... Anzahl der wiederbefüllten Flaschen
Binomialverteilung mit $p = 0,85$ und $n = 48$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(24 \leq X \leq 36) = 0,0477\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 4,8 %.

b2) Mindestens 1 von 5 zufällig ausgewählten Flaschen wird nicht wiederbefüllt.

oder:

Höchstens 4 von 5 zufällig ausgewählten Flaschen werden wiederbefüllt.