

Name:	
Klasse/Jahrgang:	



Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

14. Jänner 2020

# Angewandte Mathematik

HTL 1



# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Liebe Kandidatin! Lieber Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-A-Aufgaben und Teil-B-Aufgaben mit jeweils unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen insgesamt *270 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihren Jahrgang bzw. Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung (z. B.: 3d1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Die Verwendung von approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

## Handreichung für die Bearbeitung

- Jede Berechnung ist mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz und einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben werden) durchzuführen.
- Selbst gewählte Variablen sind zu erklären und gegebenenfalls mit Einheiten zu benennen.
- Ergebnisse sind eindeutig hervorzuheben.
- Ergebnisse sind mit entsprechenden Einheiten anzugeben, wenn dies in der Handlungsanweisung explizit gefordert wird.
- Werden Diagramme oder Skizzen als Lösungen erstellt, so sind die Achsen zu skalieren und zu beschriften.
- Werden geometrische Skizzen erstellt, so sind die lösungsrelevanten Teile zu beschriften.
- Vermeiden Sie frühzeitiges Runden.
- Legen Sie allfällige Computerausdrucke der Lösung mit Ihrem Namen beschriftet bei.
- Wird eine Aufgabe mehrfach gerechnet, so sind alle Lösungswege bis auf einen zu streichen.

**So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:**

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

**So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:**

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalt und dann wieder gewählt.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Es gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

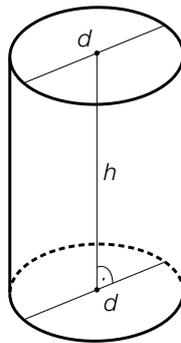
44–48 Punkte	Sehr gut
38–43 Punkte	Gut
31–37 Punkte	Befriedigend
23–30 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

**Viel Erfolg!**

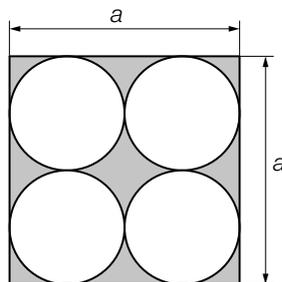
# Aufgabe 1

## Flüssigkeitsbehälter

- a) Das nachstehend abgebildete zylindrische Gefäß mit der Höhe  $h = 16$  dm fasst bei Befüllung bis 10 cm unter den oberen Rand 1 200 L.



- 1) Berechnen Sie den Durchmesser  $d$  des Gefäßes. [1 Punkt]
- b) Ein Raum hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge  $a$ . Es werden darin 4 zylindrische Gefäße mit gleichem Außendurchmesser gelagert (siehe nachstehende Abbildung, Ansicht von oben).



- 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts  $A$  der grau markierten Fläche aus der Seitenlänge  $a$ .

$A =$  \_\_\_\_\_ [1 Punkt]

- c) Ein Flüssigkeitsbehälter wird befüllt. Dabei kann die Flüssigkeitsmenge im Flüssigkeitsbehälter in Abhängigkeit von der Füllzeit näherungsweise durch die Funktion  $F$  beschrieben werden.

$$F(t) = 1\,100 - 800 \cdot e^{-0,02 \cdot t}$$

$t$  ... Füllzeit in min

$F(t)$  ... Flüssigkeitsmenge im Flüssigkeitsbehälter zur Füllzeit  $t$  in L

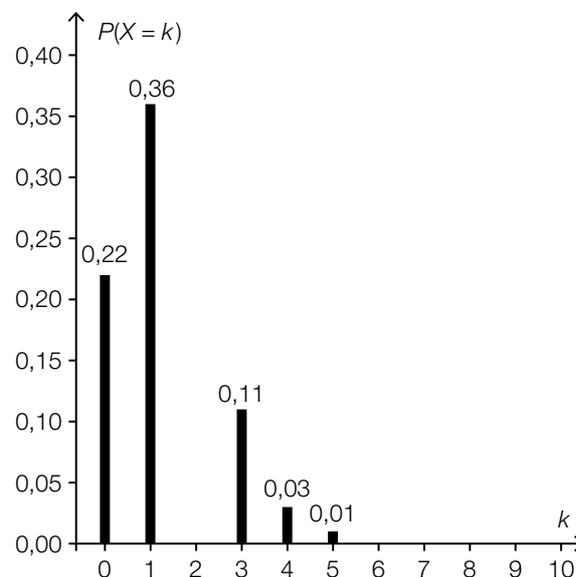
Die Gleichung  $900 = 1\,100 - 800 \cdot e^{-0,02 \cdot t}$  wird nach  $t$  gelöst.

- 1) Beschreiben Sie die Bedeutung der Lösung im gegebenen Sachzusammenhang. [1 Punkt]

## Aufgabe 2

### Lieblingsfarbe

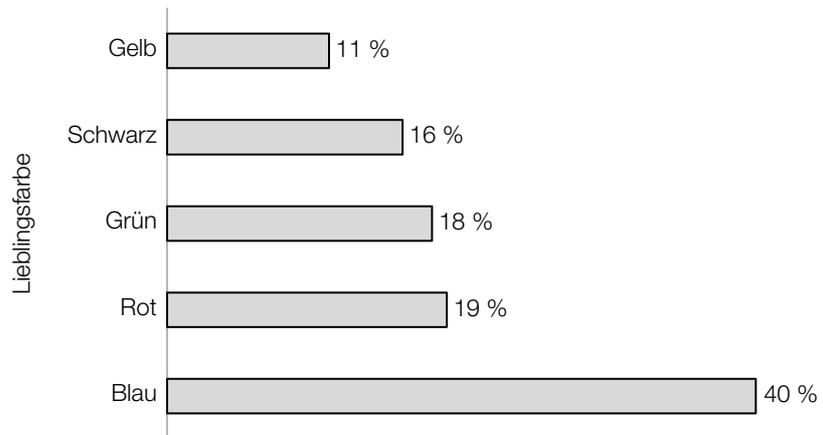
- a) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Rosa als Lieblingsfarbe nennt, beträgt 13 %.  
25 zufällig ausgewählte Personen werden nach ihrer Lieblingsfarbe gefragt.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 3 der 25 Personen Rosa als Lieblingsfarbe nennen. [1 Punkt]
- b) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Orange als Lieblingsfarbe nennt, beträgt 7 %.  
Unter  $n$  befragten Personen soll mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 1 Person sein, die Orange als Lieblingsfarbe nennt.
- 1) Berechnen Sie die Anzahl  $n$  derjenigen Personen, die dafür mindestens befragt werden müssen. [1 Punkt]
- c) Die binomialverteilte Zufallsvariable  $X$  beschreibt die Anzahl derjenigen Personen unter 10 Befragten, die Lila als Lieblingsfarbe nennen. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion dieser Zufallsvariablen ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 Befragten maximal 3 Befragte Lila als Lieblingsfarbe nennen, beträgt 96 %.

- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Säule für  $P(X=2)$  ein. [1 Punkt]

- d) Die Schüler/innen einer Schule wurden nach ihren Lieblingsfarben gefragt. In der nachstehenden Abbildung ist dargestellt, wie viel Prozent der Befragten die jeweilige Farbe als Lieblingsfarbe genannt haben.



- 1) Beschreiben Sie, woran man erkennen kann, dass man auch mehr als eine Lieblingsfarbe nennen durfte. [1 Punkt]

# Aufgabe 3

## Wandern

- a) Um die Gehzeit für eine Wanderung zu ermitteln, kann die folgende Faustregel angewendet werden:  
„Die Höhendifferenz in Metern dividiert man durch 400, die Horizontalentfernung in Kilometern dividiert man durch 4.  
Addiert man diese beiden Ergebnisse, so erhält man die Gehzeit in Stunden.“

- 1) Übertragen Sie diese Faustregel in eine Formel für die Gehzeit  $t$ . Verwenden Sie dabei die folgenden Bezeichnungen:

$h$  ... Höhendifferenz in m

$x$  ... Horizontalentfernung in km

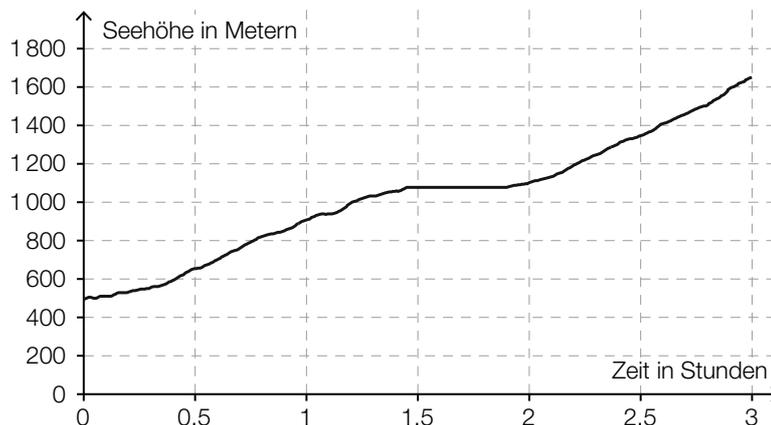
$t$  ... Gehzeit in h

$t =$  \_\_\_\_\_ [1 Punkt]

Jemand legt bei einer Wanderung eine Horizontalentfernung von 6,7 km zurück und benötigt dafür eine Gehzeit von 3 h 15 min.

- 2) Berechnen Sie die dabei überwundene Höhendifferenz mithilfe der angegebenen Faustregel. [1 Punkt]

- b) In der nachstehenden Abbildung ist der Höhenverlauf während einer 3-stündigen Wanderung dargestellt.

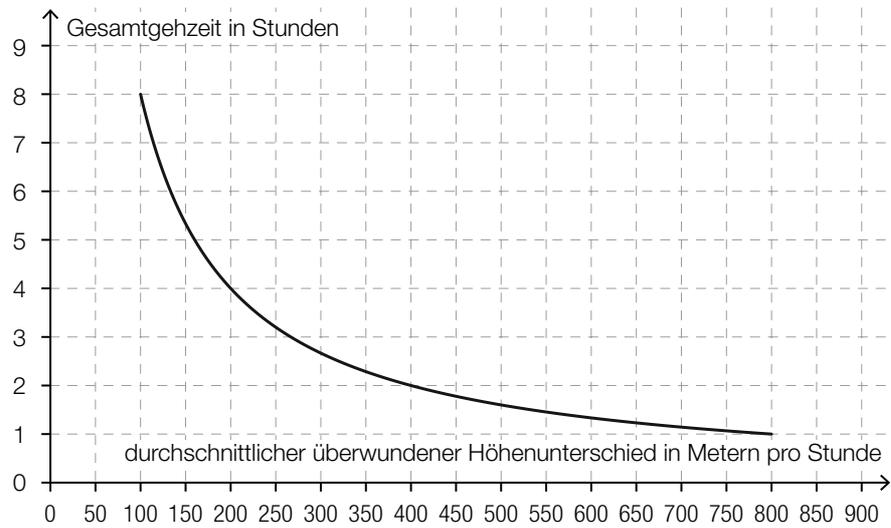


- 1) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Seehöhe in Abhängigkeit von der Zeit für die gesamte Wanderung. Geben Sie das Ergebnis mit der zugehörigen Einheit an. [1 Punkt]

Jemand behauptet: „Nach etwa 1,5 Stunden wurde eine Pause eingelegt. Das erkennt man daran, dass der Graph während der Pause waagrecht verläuft.“

- 2) Argumentieren Sie, dass diese Behauptung nicht zwingend richtig sein muss. [1 Punkt]

- c) Bei der Besteigung eines bestimmten Berges ist die Gesamtgezeit indirekt proportional zu dem durchschnittlichen überwundenen Höhenunterschied in Metern pro Stunde (siehe nachstehende Abbildung).

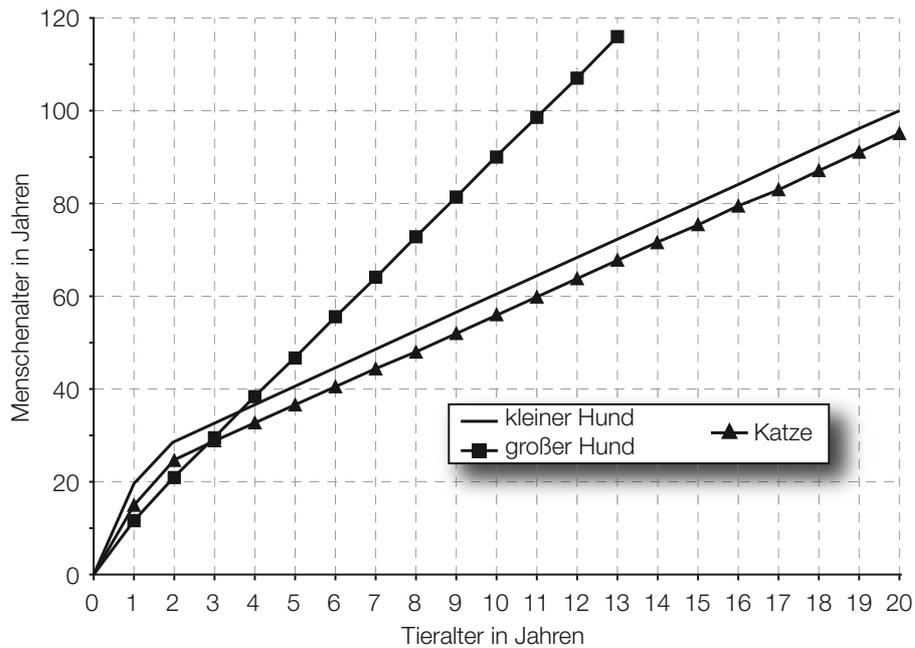


- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung ab, welcher Höhenunterschied bei dieser Besteigung insgesamt überwunden werden muss. [1 Punkt]

# Aufgabe 4

## Entwicklung von Katzen und Hunden

- a) Viele Tiere altern schneller als Menschen. Ein 9 Jahre alter großer Hund ist beispielsweise etwa so „alt“ wie ein 80-jähriger Mensch. Für einige Haustiere ist der Zusammenhang zwischen Tieralter und Menschenalter in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Für eine Katze kann der Zusammenhang zwischen dem Tieralter in Jahren und dem Menschenalter in Jahren in einem bestimmten Bereich durch eine lineare Funktion  $K$  beschrieben werden:

$$K(t) = k \cdot t + d$$

$t$  ... Tieralter in Jahren mit  $t \geq 2$

$K(t)$  ... das dem Tieralter  $t$  der Katze entsprechende Menschenalter in Jahren

- 1) Erstellen Sie unter Zuhilfenahme von 2 Punkten aus der obigen Grafik eine Gleichung der linearen Funktion  $K$  für  $t \geq 2$ . [1 Punkt]

Für einen kleinen Hund kann dieser Zusammenhang durch eine lineare Funktion  $H$  modelliert werden:

$$H(t) = k_1 \cdot t + d_1$$

$t$  ... Tieralter in Jahren mit  $t \geq 2$

$H(t)$  ... das dem Tieralter  $t$  des kleinen Hundes entsprechende Menschenalter in Jahren

- 2) Geben Sie an, welcher Zusammenhang zwischen den Parametern  $k$  und  $k_1$  besteht. Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe der obigen Abbildung. [1 Punkt]



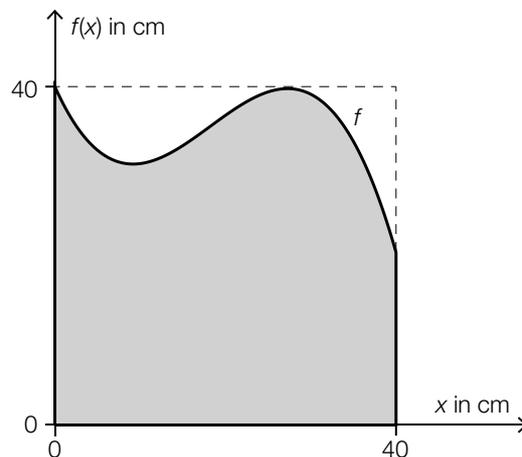
- b) Bei einer Studie wurde die Körpermasse von ausgewachsenen Katzen einer bestimmten Rasse als annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von  $\mu = 3,6$  kg und einer Standardabweichung von  $\sigma = 0,7$  kg angenommen.  
Die schwersten 10 % der ausgewachsenen Katzen wurden in dieser Studie als übergewichtig bezeichnet.
- 1) Bestimmen Sie diejenige Körpermasse, ab der eine ausgewachsene Katze in dieser Studie als übergewichtig bezeichnet wurde. *[1 Punkt]*

## Aufgabe 5

### Baumhaus

Eine Familie plant, ein Baumhaus aus Holz zu errichten. Der Baum dafür steht in einem horizontalen Teil des Gartens.

- a) Eine 3,2 m lange Leiter wird angelehnt und reicht dann vom Boden genau bis zum Einstieg ins Baumhaus in einer Höhe von 2,8 m.
- 1) Berechnen Sie denjenigen Winkel, unter dem die Leiter gegenüber dem horizontalen Boden geneigt ist. [1 Punkt]
- b) Die Fenster des Baumhauses sollen eine spezielle Form haben (siehe grau markierte Fläche in der nachstehenden Abbildung).



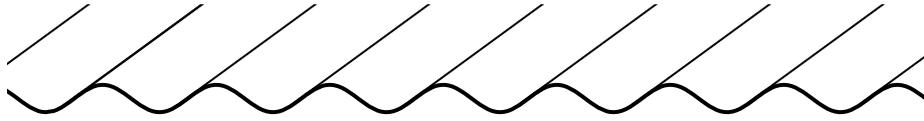
Die obere Begrenzungslinie des Fensters kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion  $f$  beschrieben werden.

$$f(x) = -0,003 \cdot x^3 + 0,164 \cdot x^2 - 2,25 \cdot x + 40 \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 40$$

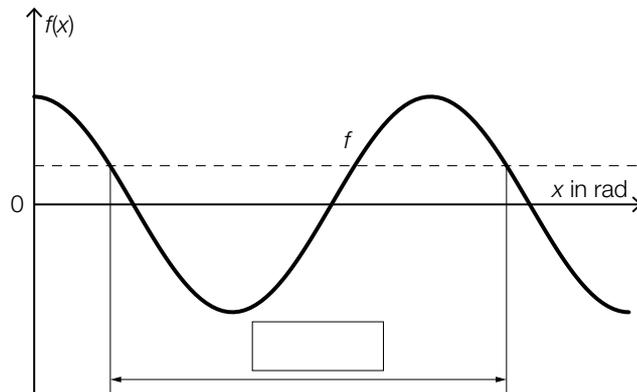
$x, f(x)$  ... Koordinaten in cm

- 1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Fensterfläche in der dargestellten Form kleiner als die Fensterfläche eines quadratischen Fensters mit der Seitenlänge 40 cm ist. [2 Punkte]

c) Das Baumhaus wird mit gewellten Kunststoffplatten überdacht.

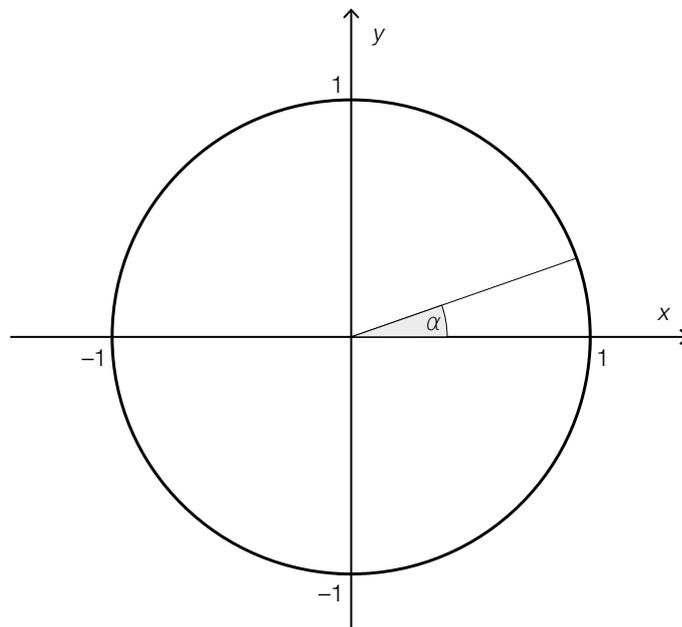


Dem Querschnitt liegt der Graph der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \cos(x)$  zugrunde. Dieser ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Tragen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen ein. [1 Punkt]

In der nachstehenden Abbildung ist ein Winkel  $\alpha$  im Einheitskreis dargestellt.



2) Zeichnen Sie im obigen Einheitskreis denjenigen Winkel  $\beta$  ein, für den gilt:  $\sin(\beta) = \sin(\alpha)$  mit  $\beta \neq \alpha$  und  $0^\circ \leq \beta \leq 360^\circ$ . [1 Punkt]

# Aufgabe 6

## Kontrolle der Geschwindigkeit

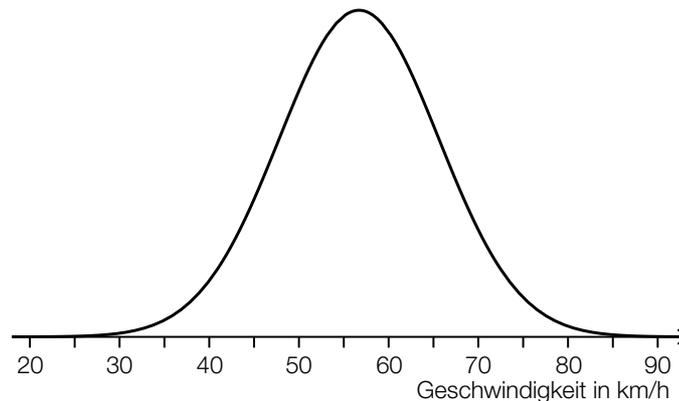
- a) Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einem bestimmten Abschnitt der Westautobahn ein Fahrzeug mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs ist, beträgt 4 %.  
Eine Zufallsstichprobe von 1 500 Fahrzeugen wird überprüft.  
Die binomialverteilte Zufallsvariable  $X$  gibt die Anzahl derjenigen Fahrzeuge an, die dort mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs sind.

- 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau  $a$  Fahrzeuge dieser Zufallsstichprobe mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs sind.

$P(X = a) =$  \_\_\_\_\_ [1 Punkt]

- b) Es wird angenommen, dass die Geschwindigkeiten der Fahrzeuge an einer bestimmten Stelle, an der die erlaubte Höchstgeschwindigkeit 50 km/h beträgt, annähernd normalverteilt sind.

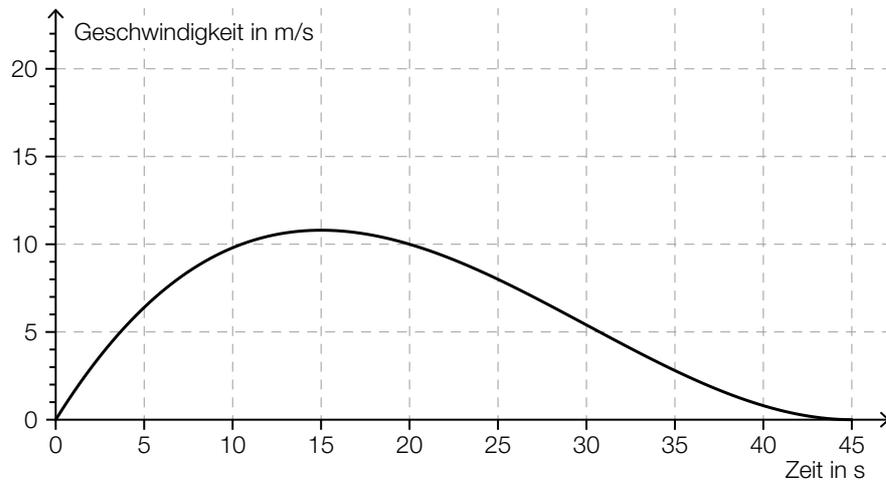
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



- 1) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Geschwindigkeit mehr als 15 km/h über der erlaubten Höchstgeschwindigkeit von 50 km/h liegt.

[1 Punkt]

- c) Der nachstehend dargestellte Graph zeigt annähernd den Geschwindigkeitsverlauf eines im Stadtgebiet fahrenden Autos.

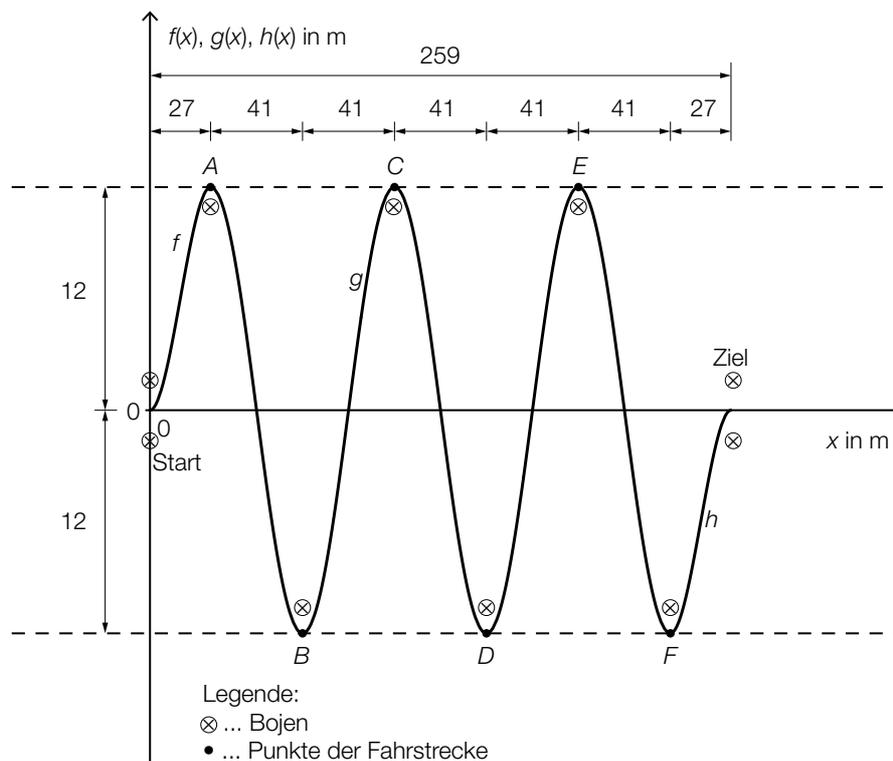


- 1) Ermitteln Sie näherungsweise die Länge des im Zeitintervall  $[0; 45]$  zurückgelegten Weges.  
*[1 Punkt]*
- 2) Lesen Sie die Höchstgeschwindigkeit des Autos ab. Geben Sie das Ergebnis in km/h an.  
*[1 Punkt]*

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Wasserski-Wettbewerb

Bei einem Wasserski-Wettbewerb muss ein Slalom um 6 Bojen gefahren werden (siehe nachstehende Abbildung).



In einem vereinfachten Modell kann die Bahn einer Wasserskifahrerin abschnittsweise durch die Graphen dreier Funktionen beschrieben werden:

Funktion  $f$  ... vom Start bis zum Punkt A

Funktion  $g$  ... vom Punkt A bis zum Punkt F

Funktion  $h$  ... vom Punkt F bis ins Ziel

$x, f(x), g(x), h(x)$  ... Koordinaten in m

a) Für die gesamte Fahrt benötigt die Wasserskifahrerin 30 s.

1) Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{\int_0^{27} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx + \int_{27}^{232} \sqrt{1 + (g'(x))^2} dx + \int_{232}^{259} \sqrt{1 + (h'(x))^2} dx}{30}$$

[1 Punkt]

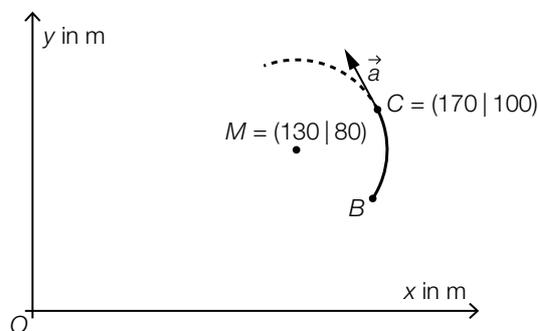
- b) Die Bahn der Wasserskifahrerin vom Start bis zum Punkt A kann durch den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2$  beschrieben werden.  
Der Graph der Funktion  $h$  entsteht durch Verschiebung des Graphen von  $f$  um 232 m nach rechts und um 12 m nach unten.

1) Kreuzen Sie die zutreffende Funktionsgleichung der Funktion  $h$  an. [1 aus 5] [1 Punkt]

$h(x) = a \cdot (x - 232)^3 + b \cdot (x - 232)^2 + 12$	<input type="checkbox"/>
$h(x) = a \cdot (x + 12)^3 + b \cdot (x + 12)^2 - 232$	<input type="checkbox"/>
$h(x) = a \cdot (x - 12)^3 + b \cdot (x - 12)^2 + 232$	<input type="checkbox"/>
$h(x) = a \cdot (x + 232)^3 + b \cdot (x + 232)^2 - 12$	<input type="checkbox"/>
$h(x) = a \cdot (x - 232)^3 + b \cdot (x - 232)^2 - 12$	<input type="checkbox"/>

- c) Für das Publikum gibt es in der Pause die Möglichkeit, sich in einem Reifen hinter einem Motorboot durch das Wasser ziehen zu lassen. Bei einer wilden Fahrt kann es vorkommen, dass man aus dem Reifen geschleudert wird und ins Wasser fällt.

Die nachstehende Abbildung zeigt einen kurzen Ausschnitt des Weges eines Reifens bei einer solchen Fahrt. Vom Punkt B zum Punkt C ist dieser kreisförmig mit dem Mittelpunkt M. Im Punkt C wird der „Reifenfahrer“ in der durch den Vektor  $\vec{a}$  angegebenen tangentialen Richtung aus dem Reifen geschleudert.



1) Begründen Sie, warum  $\vec{a} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$  ist. [1 Punkt]

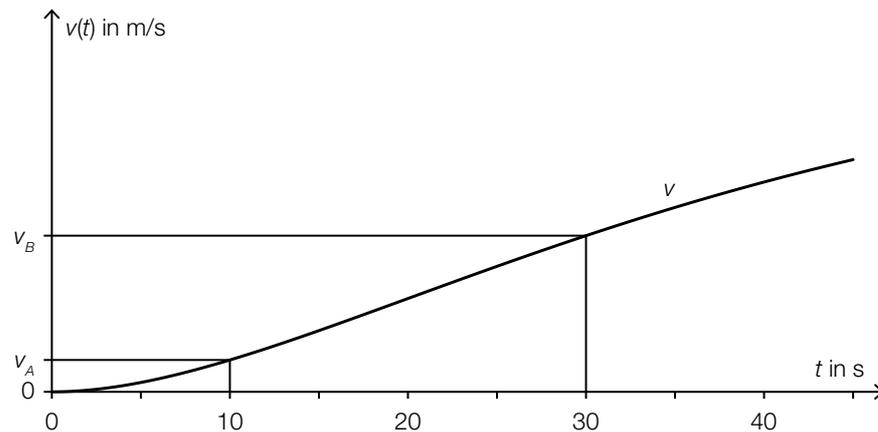
Der „Reifenfahrer“ fällt in einer Entfernung von 2 m vom Punkt C ins Wasser.

2) Berechnen Sie die Koordinaten desjenigen Punktes, in dem der „Reifenfahrer“ ins Wasser fällt. [1 Punkt]

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Straßenbahn

- a) Eine Straßenbahn fährt von einer Haltestelle los. Ihr Geschwindigkeitsverlauf für die ersten 45 Sekunden ist im nachstehenden Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm dargestellt.



$t$  ... Zeit in s

$v(t)$  ... Geschwindigkeit zur Zeit  $t$  in m/s

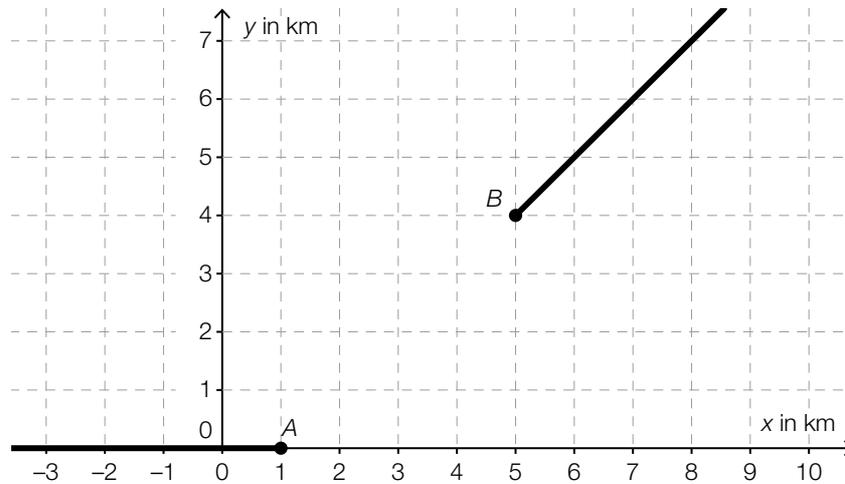
Die Geschwindigkeit der Straßenbahn nimmt im Zeitintervall  $[10; 30]$  linear zu.

- 1) Interpretieren Sie die Bedeutung der Steigung dieser linearen Funktion im gegebenen Sachzusammenhang. [1 Punkt]
- 2) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit der Straßenbahn 15 Sekunden nach Beginn der Fahrt aus  $v_A$  und  $v_B$ .

$v(15) =$  \_\_\_\_\_ [1 Punkt]



- b) In der nachstehenden Abbildung sind 2 geradlinige Gleise, die im Punkt A bzw. im Punkt B enden, modellhaft in der Ansicht von oben dargestellt.



Diese Gleise sollen durch ein Gleisstück knickfrei verbunden werden. „Knickfrei“ bedeutet, dass die entsprechenden Funktionen an den Stellen, an denen sie zusammenstoßen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben.

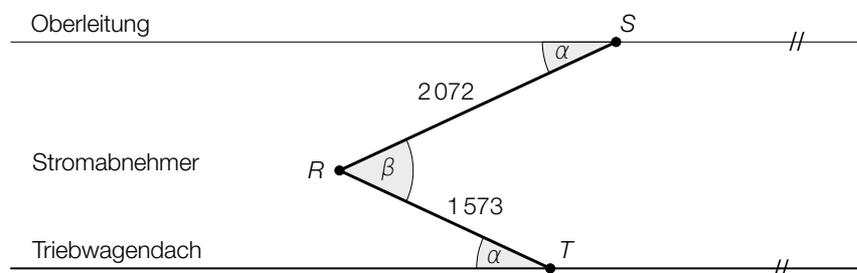
Diese Gleisverbindung soll durch eine Polynomfunktion  $g$  mit  $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$  modelliert werden ( $x, g(x)$  in km).

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion  $g$ . [2 Punkte]

Mithilfe dieses Gleichungssystems erhält man:  $g(x) = -\frac{1}{16} \cdot x^3 + \frac{11}{16} \cdot x^2 - \frac{19}{16} \cdot x + \frac{9}{16}$

- 2) Berechnen Sie die Länge dieser Gleisverbindung zwischen den Punkten A und B. [1 Punkt]

- c) Straßenbahnen sind mit einem Stromabnehmer, der am Triebwagendach montiert ist, ausgestattet. Die nachstehende Abbildung zeigt einen Stromabnehmer mit den entsprechenden Maßangaben in Millimetern.  
Es gilt:  $\alpha = 25,1^\circ$

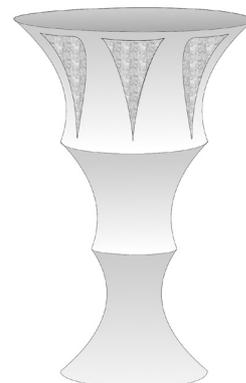


- 1) Berechnen Sie den Winkel  $\beta$ . [1 Punkt]  
2) Berechnen Sie den Abstand  $\overline{TS}$ . [1 Punkt]

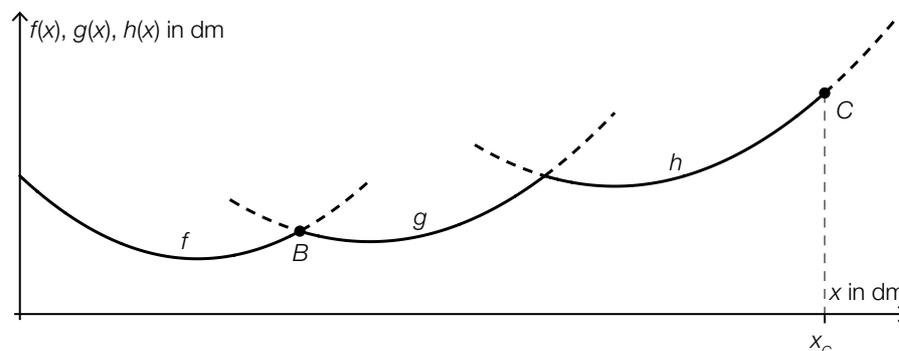
## Aufgabe 9 (Teil B)

### Kunstvolle Becher

Bei einer Ausgrabung wurden antike Becher gefunden. Eine Künstlerin wird anlässlich dieses Fundes damit beauftragt, eine becherförmige Skulptur zu entwerfen.



- a) Die äußere Begrenzungslinie der becherförmigen Skulptur kann abschnittsweise durch die quadratischen Funktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$  modelliert werden:



Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

$$\gamma = 90^\circ - \arctan(h'(x_c))$$

- 1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel  $\gamma$  ein.

[1 Punkt]

Für die Funktionen  $f$  und  $g$  gilt:

$$f(x) = 0,117 \cdot x^2 - 1,18 \cdot x + 5$$

$$g(x) = 0,0952 \cdot x^2 - 1,9 \cdot x + 12,1$$

$x$ ,  $f(x)$ ,  $g(x)$  ... Koordinaten in dm

$f$  und  $g$  schneiden einander im Punkt  $B$ .

- 2) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts  $B$ .

[1 Punkt]

- 3) Berechnen Sie den Schnittwinkel von  $f$  und  $g$  im Schnittpunkt  $B$ .

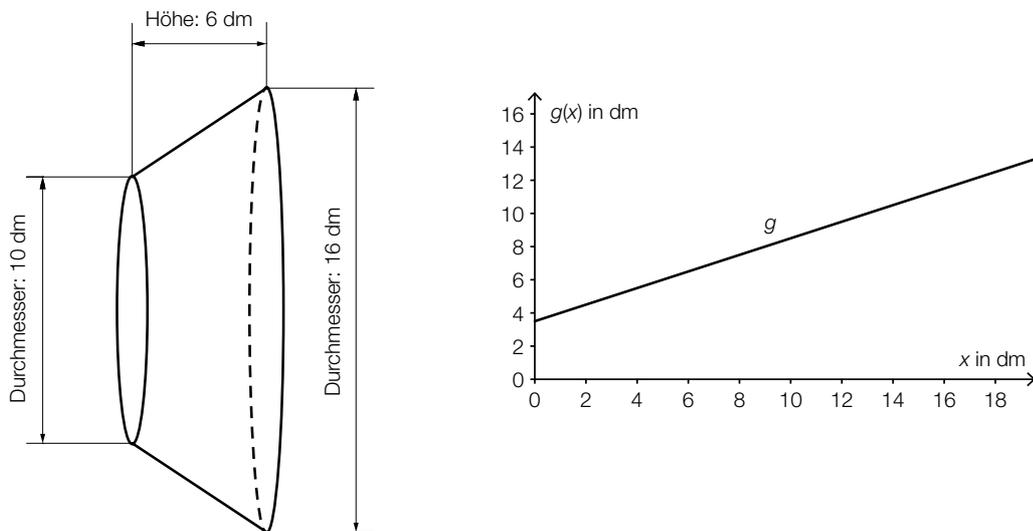
[1 Punkt]

Für einen alternativen Entwurf sollen die dargestellten Graphen entlang der vertikalen Achse verschoben werden.

- 4) Geben Sie an, wie sich eine solche Verschiebung auf die Koeffizienten von  $f$  auswirkt.

[1 Punkt]

- b) Der Sockel, auf dem die Skulptur montiert werden soll, hat die Form eines Kegelstumpfs (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung):



Dieser Kegelstumpf kann als Rotationskörper mithilfe der Funktion  $g$  beschrieben werden:

$$g(x) = \frac{1}{2} \cdot x + \frac{7}{2}$$

$x, g(x)$  ... Koordinaten in dm

- 1) Kreuzen Sie diejenige Formel an, mit deren Hilfe man das Volumen des dargestellten Kegelstumpfs berechnen kann. [1 aus 5] [1 Punkt]

$V = \pi \cdot \int_0^6 (g(x))^2 dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_3^9 (g(x))^2 dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_3^6 (g(x))^2 dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_{10}^{16} (g(x))^2 dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_5^8 (g(x))^2 dx$	<input type="checkbox"/>

- c) Die Skulptur wird aus einer Legierung hergestellt, die aus Aluminium, Silizium und einer kleinen Menge Magnesium besteht.

Die Dichte von Aluminium beträgt  $2,70 \text{ g/cm}^3$ .

- 1) Geben Sie die Dichte  $\rho$  von Aluminium in der Einheit  $\text{kg/m}^3$  an.

$\rho =$  \_\_\_\_\_  $\text{kg/m}^3$  *[1 Punkt]*

Der Radius eines Magnesium-Atoms beträgt  $1,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Ein Silizium-Atom hat einen um  $0,04 \text{ nm}$  kleineren Radius.

- 2) Berechnen Sie den Radius eines Silizium-Atoms in Nanometern. *[1 Punkt]*

## Aufgabe 10 (Teil B)

### Kfz-Bestand

Die nachstehende Tabelle gibt den Kraftfahrzeug-Bestand (Kfz-Bestand) in Österreich für ausgewählte Jahre im Zeitraum von 1992 bis 2012 jeweils zum Jahresende an.

Ende des Jahres ...	Kfz-Bestand in Millionen
1992	4,5
1997	5,2
2002	5,4
2007	5,8
2012	6,3

Datenquelle: Statistik Austria (Hrsg.): *Statistisches Jahrbuch Österreichs 2015*. Wien: Verlag Österreich 2014, S. 446.

- a) Um die zeitliche Entwicklung des Kfz-Bestands mit einem mathematischen Modell zu beschreiben, wurden, ausgehend von den Daten der obigen Tabelle, die nachstehenden Berechnungen durchgeführt.

$$\sqrt[20]{\frac{6,3}{4,5}} = 1,0169\dots$$

$$1,0169\dots - 1 = 0,0169\dots \approx 1,7 \%$$

- 1) Interpretieren Sie die Bedeutung der berechneten Zahl 1,7 % im gegebenen Sachzusammenhang. [1 Punkt]

Jemand berechnet weiters:

$$2 = 1,0169\dots^t$$

$$t = \frac{\ln(2)}{\ln(1,0169\dots)} = 41,20\dots \approx 41,2$$

- 2) Interpretieren Sie die Bedeutung der berechneten Zahl 41,2 im gegebenen Sachzusammenhang. [1 Punkt]

- b) Der Kfz-Bestand kann nicht unbeschränkt wachsen.

Die zeitliche Entwicklung des Kfz-Bestands kann in einem Modell beschränkten Wachstums durch die Funktion  $K_B$  beschrieben werden:

$$K_B(t) = 9 - b \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$t$  ... Zeit in Jahren,  $t = 0$  für das Ende des Jahres 1992

$K_B(t)$  ... Kfz-Bestand zur Zeit  $t$  in Millionen

Der Graph der Funktion  $K_B$  soll durch die Datenpunkte für die Jahre 1992 und 2012 verlaufen.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem die Parameter  $b$  und  $\lambda$  der Funktion  $K_B$  ermittelt werden können. [1 Punkt]
- 2) Ermitteln Sie die Parameter  $b$  und  $\lambda$ . [1 Punkt]
- 3) Ermitteln Sie mithilfe dieses Modells eine Prognose für den Kfz-Bestand am Ende des Jahres 2020. [1 Punkt]

- c) In einem logistischen Modell wird die zeitliche Entwicklung des Kfz-Bestands durch die Funktion  $K_L$  beschrieben:

$$K_L(t) = \frac{22,5}{3 + 2 \cdot e^{-0,06264 \cdot t}}$$

$t$  ... Zeit in Jahren,  $t = 0$  für das Ende des Jahres 1992

$K_L(t)$  ... Kfz-Bestand zur Zeit  $t$  in Millionen

- 1) Argumentieren Sie mathematisch, dass sich der Kfz-Bestand gemäß diesem Modell langfristig dem Wert 7,5 Millionen annähert. [1 Punkt]