

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

12. Jänner 2021

Angewandte Mathematik

Korrekturheft

HTL 2

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin/des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin/des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Beurteilungsschlüssel:

| Note | Punkte |
|--------------|--------------|
| Genügend | 23–30 Punkte |
| Befriedigend | 31–37 Punkte |
| Gut | 38–43 Punkte |
| Sehr gut | 44–48 Punkte |

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn insgesamt weniger als 23 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf <https://ablauf.srdp.at> gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
 - a. Punkte sind zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
 - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
 - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
 - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
 - i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Sicherheit auf dem Schulweg

Möglicher Lösungsweg

a1) Binomialverteilung mit $n = 20$, $p = 0,26$

X ... Anzahl der Kfz-Lenker/innen, die sich an das geltende Tempolimit halten

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X > 10) = 0,0054\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,5 %.

b1) $2958 : 0,85 = 3480$

In dieser Woche wurden insgesamt 3480 Fahrzeuge kontrolliert.

b2) Diese Aussage kann nicht richtig sein, da bekannt ist, dass 85 % der Fahrzeuge langsamer als 33 km/h fahren. Daher kann das Quartil q_3 (also diejenige Geschwindigkeit, die von mindestens 25 % der Fahrzeuge erreicht oder überschritten wurde) nicht größer als 33 km/h sein.

c1) Beschreibung des Einflusses des Parameters b auf das Monotonieverhalten:

$b < 1$... f ist streng monoton fallend

$b > 1$... f ist streng monoton steigend

c2) Es wurde fälschlich $b^0 = 0$ angenommen.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit

b1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Anzahl der Fahrzeuge

b2) 1 × D: für das richtige Erklären

c1) 1 × C1: für das richtige Beschreiben des Einflusses des Parameters b

c2) 1 × C2: für das richtige Beschreiben des Fehlers

Aufgabe 2

New Horizons

Möglicher Lösungsweg

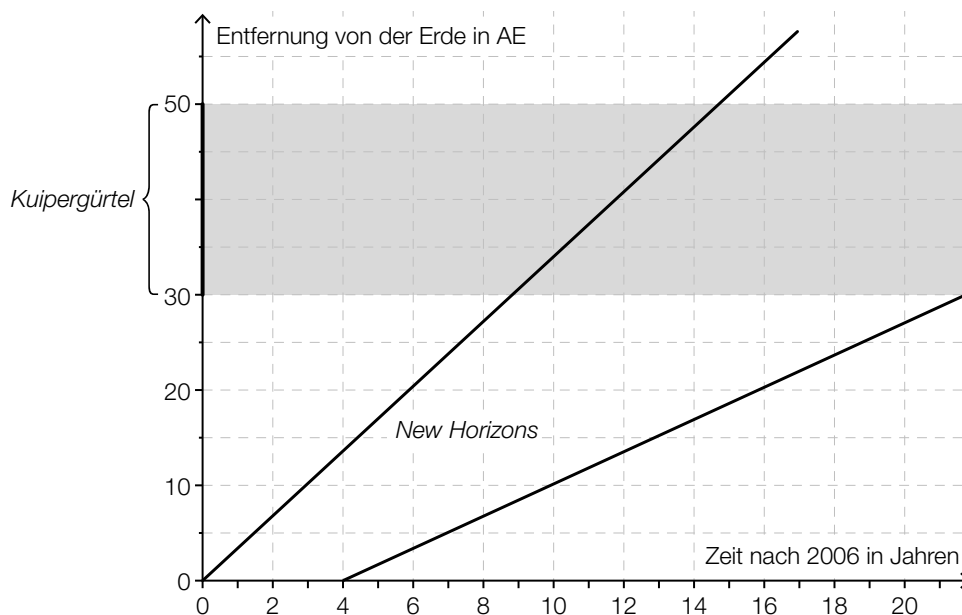
a1) $16,2 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 9 = 4597948800 \approx 4,6 \cdot 10^9$

Der zurückgelegte Weg hat eine Länge von rund $4,6 \cdot 10^9$ km.

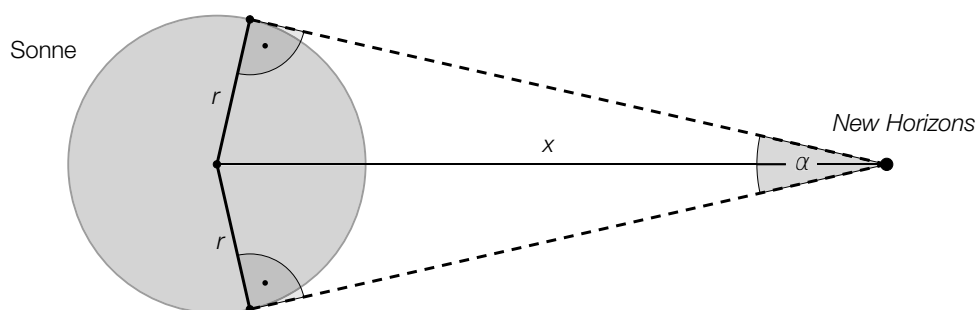
Das Ergebnis muss nicht in Gleitkommadarstellung angegeben werden.

b1) *New Horizons* benötigt etwa 6 Jahre, um den gesamten Kuipergürtel zu durchfliegen.
Toleranzbereich: [5,5 Jahre; 6,5 Jahre]

b2)



c1)



c2) $\alpha = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{r}{x}\right)$

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Länge des zurückgelegten Weges
- b1) 1 × C: für das richtige Ablesen der Zeit (Toleranzbereich: [5,5 Jahre; 6,5 Jahre])
- b2) 1 × A: für das richtige Einzeichnen
- c1) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des Seh winkels α
- c2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Seh winkels α

Aufgabe 3

Niederschlagsmessung

Möglicher Lösungsweg

a1)

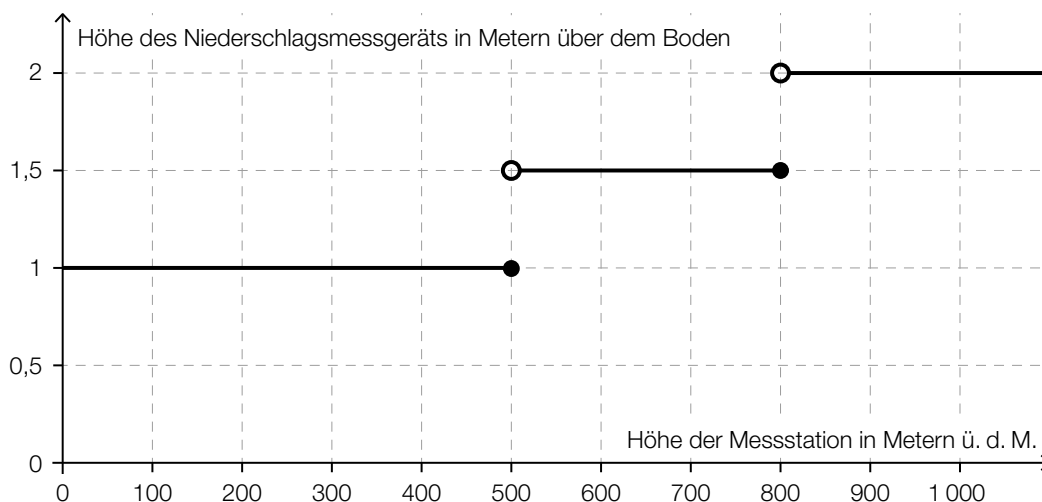
| | |
|---|-------------------------------------|
| | |
| | |
| | |
| An mindestens 25 % aller Tage dieses Monats hat es keinen Niederschlag gegeben. | <input checked="" type="checkbox"/> |
| | |

b1) $1 \frac{\text{L}}{\text{m}^2} = \frac{1 \text{ dm}^3}{1 \text{ m}^2} = \frac{10^6 \text{ mm}^3}{10^6 \text{ mm}^2} = 1 \text{ mm}$

b2) $\frac{79 - 70}{70} = 0,128\dots$

Die Niederschlagshöhe im Juni 2016 lag um rund 13 % über dem Normalwert.

c1)



Für die Punktevergabe ist entscheidend, dass die horizontalen Abschnitte jeweils in der richtigen Höhe dargestellt sind. Das Verhalten an den Sprungstellen ist für die Punktevergabe nicht relevant.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen
- b1) 1 × D: für das richtige Zeigen
- b2) 1 × B: für das richtige Berechnen des Prozentsatzes
- c1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen

Aufgabe 4

Torre de Collserola

Möglicher Lösungsweg

- a1) maximale Geschwindigkeit: 1,2 m/s
 $1,2 \cdot 3,6 = 4,32$

Die maximale Geschwindigkeit beträgt 4,32 km/h.

b1) $k = -\frac{1,2}{45} = -0,0266\dots$

- b2) k ist die Beschleunigung des Aufzugs in m/s^2 . Das Vorzeichen gibt an, dass die Geschwindigkeit abnimmt.

oder:

Pro Sekunde nimmt die Geschwindigkeit des Aufzugs um rund 0,027 m/s ab.

c1) $\int_0^{30} \left(-\frac{1}{11250} \cdot t^3 + \frac{1}{250} \cdot t^2 \right) dt + 1,2 \cdot 75 + \frac{1,2 \cdot 45}{2} = 135$

oder:

$$\frac{1,2 \cdot 30}{2} + 1,2 \cdot 75 + \frac{1,2 \cdot 45}{2} = 135$$

Der zurückgelegte Weg hat eine Länge von insgesamt 135 m.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der maximalen Geschwindigkeit in km/h
 b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Steigung k
 b2) 1 × C: für das richtige Interpretieren der Steigung k und ihres Vorzeichens unter Verwendung der entsprechenden Einheit(en) im gegebenen Sachzusammenhang
 c1) 1 × A: für den richtigen Ansatz (Länge des zurückgelegten Weges entspricht dem Inhalt derjenigen Fläche, die der Graph mit der horizontalen Achse im Intervall $[0; 150]$ einschließt)
 1 × B: für das richtige Berechnen der Länge des zurückgelegten Weges

Aufgabe 5

Sauna

Möglicher Lösungsweg

a1)

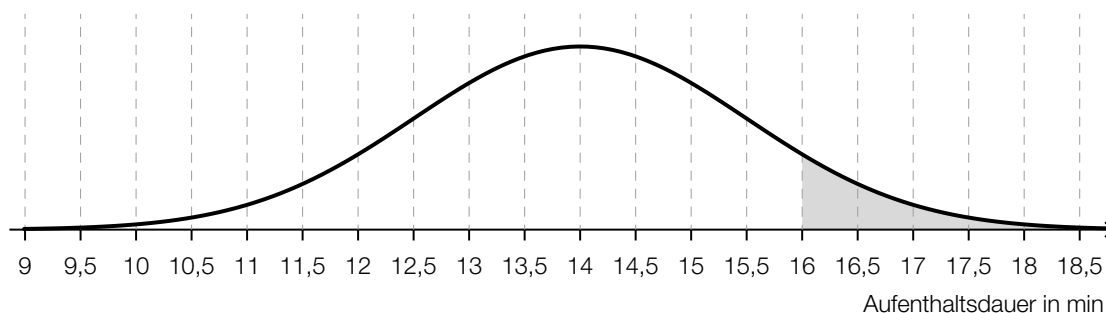
| | |
|---------|-------------------------------------|
| | |
| | |
| | |
| Graph 4 | <input checked="" type="checkbox"/> |
| | |

b1) $A = \int_0^{15} s(t) dt$

b2) A ist die Schweißmenge in Gramm, die der Saunagast während des Saunagangs abgesondert hat.

c1) $\sigma = 1,5 \text{ min}$
Toleranzbereich: [1; 2]

c2)



d1) In diesen n Wochen besucht sie (mittwochs) mindestens 1-mal die Sauna.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 x A: für das richtige Ankreuzen
- b1) 1 x A: für das richtige Erstellen der Formel
- b2) 1 x C: für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der entsprechenden Einheit
- c1) 1 x C: für das richtige Ablesen von σ (Toleranzbereich: [1; 2])
- c2) 1 x A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit
- d1) 1 x C: für das richtige Beschreiben des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang

Aufgabe 6 (Teil B)

Grünbrücken

Möglicher Lösungsweg

a1) $a = 10$

a2) $f(20) = 6$ oder $6 = 10 \cdot e^{-400 \cdot b}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
 $b = 0,001277\dots$

a3) $f''(x) = 0$ oder $-2 \cdot a \cdot b \cdot e^{-b \cdot x^2} \cdot (1 - 2 \cdot b \cdot x^2) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
 $x_1 = -19,78\dots$; $x_2 = 19,78\dots$

Die Steigung von f ist an der Stelle $x \approx -19,8$ m am größten.

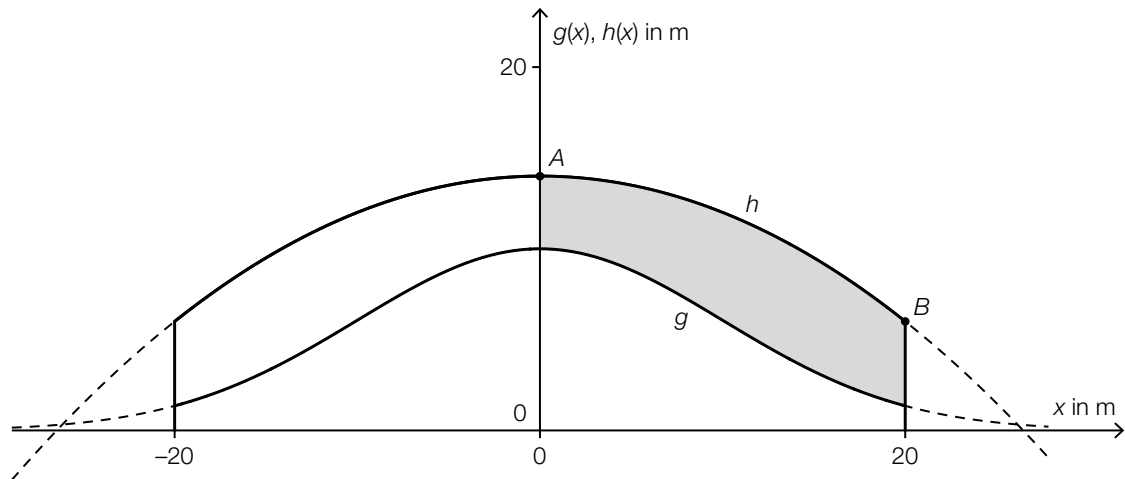
Der Punkt ist auch dann zu vergeben, wenn statt der Lösung $x_1 \approx -19,8$ die Lösung $x_2 \approx 19,8$ angegeben ist.

b1)

| | |
|---|---|
| Eine Vergrößerung des Parameters a bewirkt, ... | A |
| Eine Vergrößerung des Parameters c bewirkt, ... | B |

| | |
|---|---|
| A | ... dass das Maximum der Funktion größer wird. |
| B | ... dass der Graph nach links verschoben wird. |
| C | ... dass der Graph nach rechts verschoben wird. |
| D | ... dass das Maximum der Funktion kleiner wird. |

c1)



c2) $h(x) = a \cdot x^2 + c$

$h(0) = 14 \Rightarrow c = 14$

$h(20) = 6 \Rightarrow a \cdot 400 + 14 = 6 \Rightarrow a = -0,02$

c3) $s = \int_{-20}^{20} \sqrt{1 + (h'(x))^2} dx$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$s = 43,929\dots$

Die Länge des Graphen von h beträgt rund 43,93 m.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Angeben des Parameters a a2) 1 × B1: für das richtige Berechnen des Parameters b

a3) 1 × B2: für das richtige Berechnen der Stelle mit der größten Steigung

Der Punkt ist auch dann zu vergeben, wenn statt der Lösung $x_1 = -19,8$ die Lösung $x_2 = 19,8$ angegeben ist.

b1) 1 × C: für das richtige Zuordnen

c1) 1 × C: für das richtige Kennzeichnen

c2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Koeffizienten

c3) 1 × B2: für das richtige Berechnen der Länge des Graphen von h im gegebenen Intervall

Aufgabe 7 (Teil B)

Kondensator

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \tau \cdot \frac{du}{dt} + u = U_0$$

$$\int \frac{u'}{U_0 - u} dt = \int \frac{1}{\tau} dt \quad (\text{oder: } \int \frac{du}{U_0 - u} = \int \frac{1}{\tau} dt)$$

$$-\ln|U_0 - u(t)| = \frac{t}{\tau} + C_1$$

$$U_0 - u(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u(t) = U_0 - C \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{a2) } u(0) = 0 \quad \text{oder} \quad U_0 - C \cdot e^0 = 0 \quad \Rightarrow \quad C = U_0$$

$$u(t) = U_0 - U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

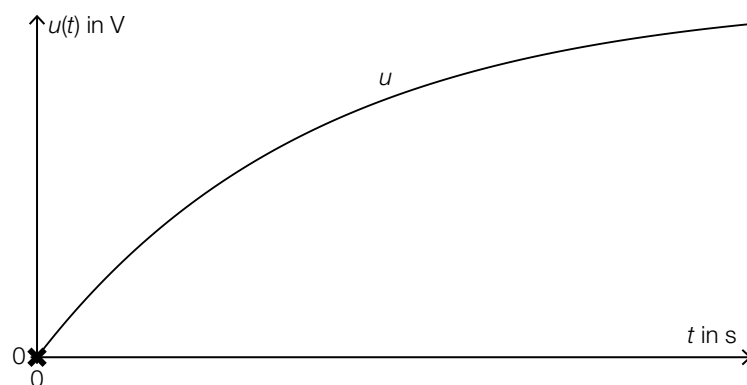
b1) Mit beliebig groß werdendem t geht $e^{-\frac{t}{\tau}}$ gegen null, und damit geht $u(t)$ gegen U_0 .

$$\text{c1) } u(0,06) = 19 \quad \text{oder} \quad 20 \cdot (1 - e^{-\frac{0,06}{\tau}}) = 19$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\tau = 0,020\dots$$

d1)



d2) a ist die mittlere Kondensatorspannung im Zeitintervall $[0; t_1]$.

$$\text{d3) } a = \frac{1}{t_1} \cdot \int_0^{t_1} u(t) dt$$

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für das richtige Berechnen der allgemeinen Lösung mithilfe der Methode *Trennen der Variablen*
- a2) 1 × D: für das richtige Zeigen
- b1) 1 × D: für das richtige Begründen
- c1) 1 × B: für das richtige Berechnen der Zeitkonstanten τ
- d1) 1 × C1: für das richtige Markieren der Stelle
- d2) 1 × C2: für das richtige Beschreiben der Bedeutung im gegebenen Sachzusammenhang
- d3) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

Aufgabe 8 (Teil B)

BMX-Bahn

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$g'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$\text{I: } g(4) = 3$$

$$\text{II: } g(16) = 2$$

$$\text{III: } g'(4) = -0,5$$

$$\text{IV: } g'(16) = \tan(42^\circ) = 0,90\dots$$

oder:

$$\text{I: } 64 \cdot a + 16 \cdot b + 4 \cdot c + d = 3$$

$$\text{II: } 4096 \cdot a + 256 \cdot b + 16 \cdot c + d = 2$$

$$\text{III: } 48 \cdot a + 8 \cdot b + c = -0,5$$

$$\text{IV: } 768 \cdot a + 32 \cdot b + c = \tan(42^\circ) = 0,90\dots$$

$$\text{a2) } \begin{pmatrix} 64 & 16 & 4 & 1 \\ 4096 & 256 & 16 & 1 \\ 48 & 8 & 1 & 0 \\ 768 & 32 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -0,5 \\ 0,90\dots \end{pmatrix}$$

$$\text{b1) } d = 0,7$$

$$\text{b2) } 2 - 2 \cdot 0,7 = 0,6$$

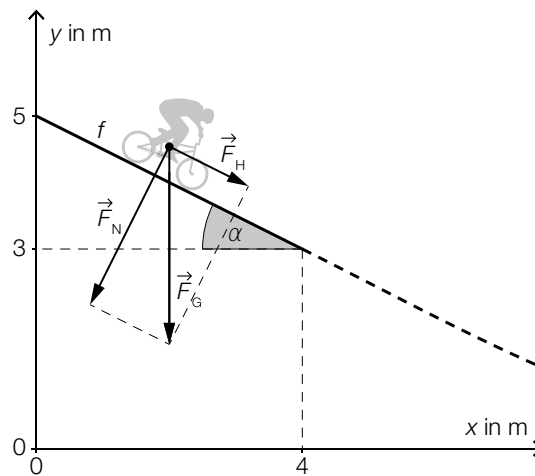
Der Höhenunterschied beträgt 0,6 m.

$$\text{b3) } b = \frac{2 \cdot \pi}{16} = \frac{\pi}{8}$$

c1) $\alpha = \arctan(0,5) = 26,56\dots^\circ \approx 26,6^\circ$

Auch die Angabe von $-26,6^\circ$ für den Winkel α ist als richtig zu werten.

c2)



c3) $|\vec{F}_H| = 900 \cdot \sin(26,56\dots^\circ) = 402,49\dots$

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte
- 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der 1. Ableitung
- a2) 1 × A3: für das richtige Übertragen in Matrixschreibweise
- b1) 1 × C: für das richtige Angeben des Parameters d
- b2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Höhenunterschieds
- b3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des Parameters b
- c1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des Winkels α
- c2) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Zerlegung von \vec{F}_G als Kräfteparallelogramm oder Kraftdreieck
- c3) 1 × B2: für das richtige Berechnen von $|\vec{F}_H|$