Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

8. Mai 2019

Angewandte Mathematik

HTL 1

Korrekturheft

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin / des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin / des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	23–30 Punkte
Befriedigend	31–37 Punkte
Gut	38–43 Punkte
Sehr gut	44–48 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn insgesamt weniger als 23 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://ablauf.srdp.at*** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

   a. Punkte sind zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.

   b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.

   i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Die Adria-Wien-Pipeline

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$\bar{x}$ = 7,48... Millionen Tonnen
s = 0,30... Millionen Tonnen

Auch eine Ermittlung der Standardabweichung als s_{n-1} *= 0,32... ist als richtig zu werten.*

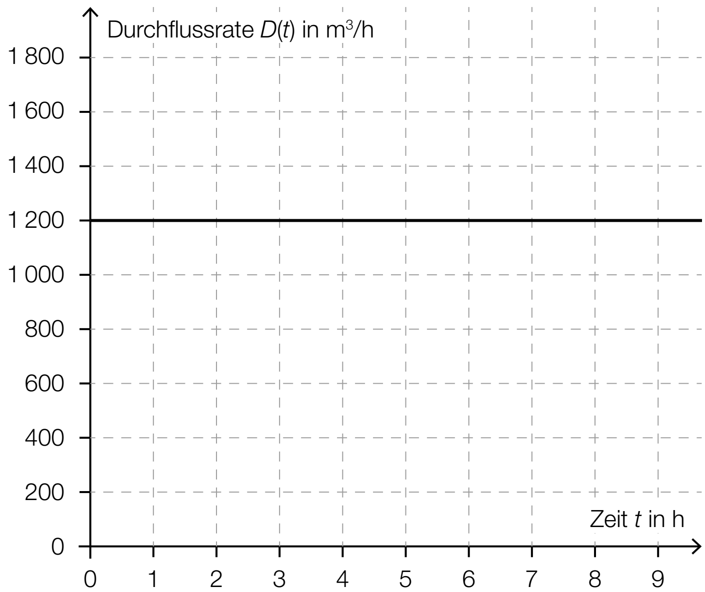
b1) $\left(\frac{0{,}4572}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 416\,000 = 68\,296{,}06...$

$68\,296{,}06... : 0{,}159 = 429\,534{,}9...$

Insgesamt fasst die Pipeline rund 429 535 Barrel Rohöl.

c1) $R(t) = 1\,200 \cdot t$

c2)



Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung
b1) 1 × A: für den richtigen Ansatz (richtige Anwendung der Formel zur Berechnung des Volumens eines Drehzylinders auf den gegebenen Sachverhalt)
1 × B: für die richtige Berechnung in Barrel
c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion
c2) 1 × A2: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Durchflussrate

Aufgabe 2

Vitamin C

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(t) = 18 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$0{,}8 \cdot 18 = 18 \cdot e^{-\lambda \cdot 4}$

$\lambda = \frac{\ln(0{,}8)}{-4} = 0{,}05578... \approx 0{,}0558$

$N(t) = 18 \cdot e^{-0{,}0558 \cdot t}$

oder:

$N(t) = 18 \cdot 0{,}8^{\frac{t}{4}}$

t ... Zeit nach der Ernte in Wochen
$N(t)$ ... Vitamin-C-Gehalt zur Zeit t in mg

a2) $N(36) = 2{,}41...$

Der Apfel hat 36 Wochen nach der Ernte einen Vitamin-C-Gehalt von rund 2,4 mg.

b1) X ... Vitamin-C-Gehalt einer Tablette in mg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(92 < X < 110) = 0{,}9224...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 92,2 %.

c1) $c'(t) = 0$ *oder* $24 \cdot (-0{,}0195 \cdot e^{-0{,}0195 \cdot t} + 1{,}3 \cdot e^{-1{,}3 \cdot t}) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 3{,}279...$
$c(3{,}279...) = 25{,}175...$

Die maximale Vitamin-C-Konzentration im Blut dieser Person beträgt also rund 25,18 μg/ml.

Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.

c2)

25,18 mg/L	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Vitamin-C-Gehalts 36 Wochen nach der Ernte
b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
c1) 1 × D: für den richtigen Nachweis
Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.
c2) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

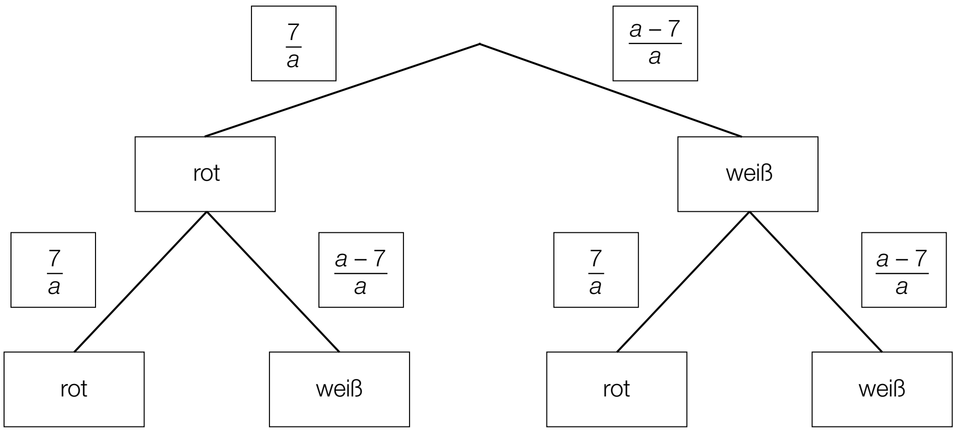
Aufgabe 3

Glücksspiel

Möglicher Lösungsweg

a1) $P(\text{„die gezogene Kugel ist weiß“}) = \frac{a-7}{a}$

a2)



a3) $\left(\frac{7}{a}\right)^2 = 0{,}1225 \quad \Rightarrow \quad a = 20$

b1) Binomialverteilung mit $n = 5$, $p = 0{,}75$:
X ... Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 3) = 0{,}2636...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 26,4 %.

c1)

①	
mindestens 1 Kugel grün ist	☒

②	
$1 - \left(\frac{5}{12}\right)^3$	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen des Ausdrucks
a2) 1 × A2: für das richtige Vervollständigen des Baumdiagramms
a3) 1 × B: für die richtige Berechnung von a
b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
c1) 1 × A: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken

Aufgabe 4

Bahnverkehr in Österreich

Möglicher Lösungsweg

a1) Länge der ursprünglichen Fahrtstrecke in km:
$81{,}83 \cdot \left(2 + \frac{35}{60}\right) = 211{,}394...$

Länge der verkürzten Fahrtstrecke in km:
$211{,}394... - 13{,}7 = 197{,}694...$

mittlere Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt in km/h:
$\frac{197{,}694...}{1{,}75} = 112{,}968...$

Die mittlere Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt beträgt rund 112,97 km/h.

b1) $\Delta h = 27\,300 \text{ m} \cdot \sin(\alpha) = 229{,}3\ldots \text{ m}$

c1) $235{,}1 - 209{,}3 = 25{,}8$

Die Spannweite beträgt 25,8 Millionen Fahrgäste.

c2) Im Jahr 2014 war die Anzahl der Fahrgäste um rund 12 % höher als im Jahr 2010.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge der verkürzten Fahrtstrecke
1 × B2: für die richtige Berechnung der mittleren Reisegeschwindigkeit für die verkürzte Fahrt
b1) 1 × A: für die Richtigstellung mit dem richtigen Ergebnis
c1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Spannweite in Millionen
c2) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

Aufgabe 5

Sonnenaufgang

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Beleuchtungsstärke bei Sonnenaufgang beträgt 80 Lux.

a2) $a^5 = 2 \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt[5]{2} = 1{,}148...$

b1) Mit den konkreten Zahlen folgt: $E_{\text{Morgen}} = 10$ Lux, $E_{\text{Mittag}} = 10\,000$ Lux
Daher war die Beleuchtungsstärke zu Mittag nicht 4-mal so hoch wie am Morgen.

Auch ein allgemeiner Nachweis ist als richtig zu werten.

c1) 31 Tage
Toleranzbereich: [26 Tage; 34 Tage]

c2) Die Datenpunkte im Zeitintervall [0; 40] können durch eine nach unten offene (negativ gekrümmte) Parabel angenähert werden. Daher ist der Parameter *a* der zugehörigen quadratischen Funktion negativ.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Parameters *a*
b1) 1 × D: für den richtigen Nachweis (allgemein oder anhand der konkreten Zahlen)
c1) 1 × C: für das richtige Ermitteln im Toleranzbereich [26 Tage; 34 Tage]
c2) 1 × D: für die richtige Argumentation

Aufgabe 6 (Teil B)

Gastwirtschaft

Möglicher Lösungsweg

a1) $\mu = 500$ ml und $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4{,}5}{\sqrt{10}}$ ml

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
[496,33...; 503,66...]

a2) Die Standardabweichung einer Stichprobe ist umso größer, je kleiner der Stichprobenumfang n ist. Daher ist der Graph der Dichtefunktion für $n = 5$ breiter als für $n = 10$. Da der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion immer 1 beträgt, muss das Maximum für $n = 5$ kleiner als für $n = 10$ sein.

b1) $g'(x) = 0$ *oder* $-0{,}00324 \cdot x^2 + 0{,}092 \cdot x - 0{,}4367 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 6{,}025...$
$(x_2 = 22{,}369...)$

Anhand der Grafik ist erkennbar, dass der Tiefpunkt an der Stelle x_1 *ist, ein (rechnerischer) Nachweis, dass* x_1 *eine Minimumstelle ist, ist daher nicht erforderlich.*

Innendurchmesser: $d = 2 \cdot g(x_1) = 3{,}60...$

Der kleinste Innendurchmesser des Weizenbierglases beträgt rund 3,6 cm.

b2) $V = \pi \cdot \int_2^{25} (g(x))^2 \,\mathrm{d}x = 678{,}6...$

Das Füllvolumen des Weizenbierglases beträgt rund 0,68 L.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für die richtige Berechnung des Zufallsstreubereichs
a2) 1 × D: für die richtige Begründung
b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des kleinsten Innendurchmessers
b2) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Füllvolumens in Litern

Aufgabe 7 (Teil B)

Boule

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Abwurfhöhe beträgt 1,1 m.

a2) $f(x) = 0$ *oder* $-0{,}0959 \cdot x^2 + 0{,}767 \cdot x + 1{,}1 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
($x_1 = -1{,}241...$)
$x_2 = 9{,}239...$

Die Wurfweite w beträgt rund 9,24 m.

a3) $\alpha = |\arctan(f'(9{,}239...))| = 45{,}1...°$

Der Aufprallwinkel α liegt also nicht im gegebenen Intervall.

b1) $\overline{BZ} = \sqrt{13^2 + 5^2} = 13{,}92...$

Die Länge der Strecke BZ beträgt rund 13,9 cm.

b2) Ansatz: $A_{\text{neu}} = A + 3 \cdot \overrightarrow{AB}_0$ *oder* $\overrightarrow{OA}_{\text{neu}} = \overrightarrow{OA} + 3 \cdot \overrightarrow{AB}_0$

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{15^2 + 4^2} = \sqrt{241}$

$\overrightarrow{AB}_0 = \frac{1}{\sqrt{241}} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix}$

$A_{\text{neu}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} + \frac{3}{\sqrt{241}} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4{,}89... \\ 9{,}22... \end{pmatrix}$

Der neue Auflagepunkt der ersten Kugel hat gerundet die Koordinaten $(4{,}9\,|\,9{,}2)$.

c1) Interquartilsabstand: 4 s

Lösungsschlüssel

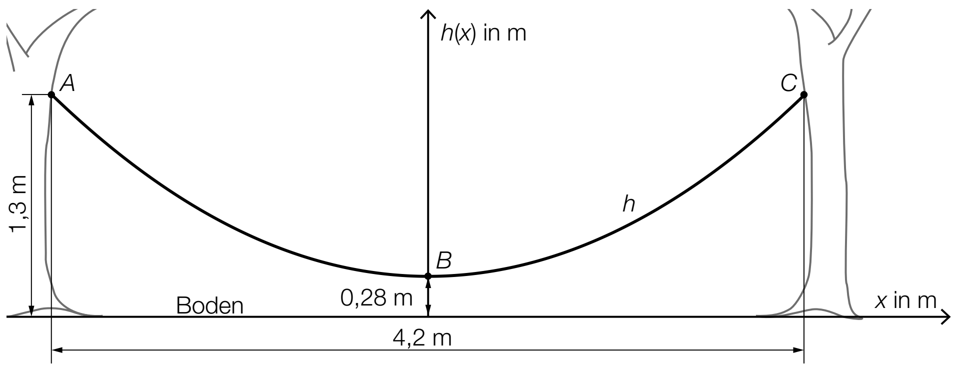
a1) 1 × C: für die richtige Interpretation der Zahl 1,1 im gegebenen Sachzusammenhang
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wurfweite w
a3) 1 × D: für die richtige Überprüfung mithilfe der Differenzialrechnung
b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge der Strecke BZ
b2) 1 × A: für den richtigen Ansatz mithilfe des Einheitsvektors
1 × B2: für die richtige Berechnung der Koordinaten
c1) 1 × C: für das richtige Ablesen des Interquartilsabstands

Aufgabe 8 (Teil B)

Hängematten

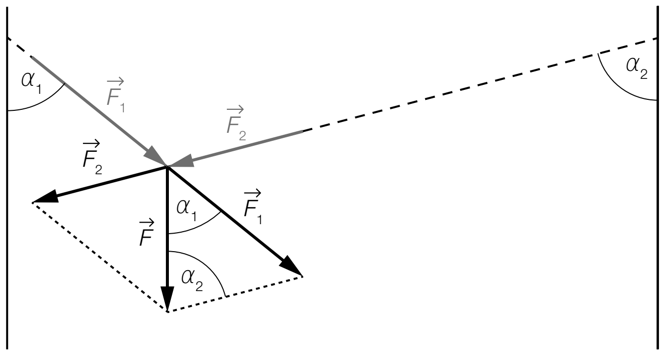
Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $h(2{,}1) = 1{,}3$ *oder* $a \cdot 2{,}1^2 + 0{,}28 = 1{,}3 \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}23129...$

b1)

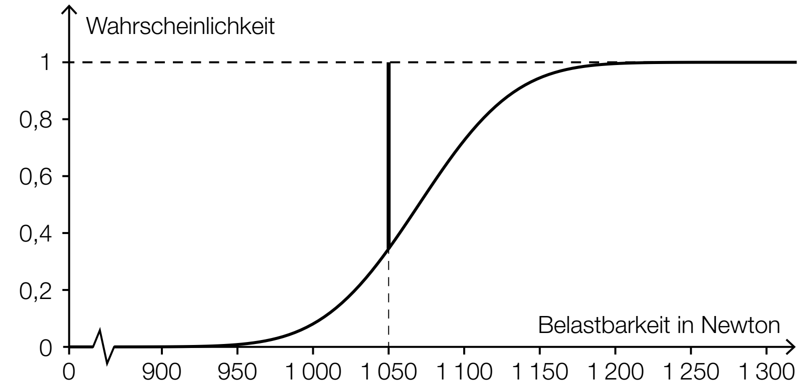


b2) $\dfrac{|\vec{F}|}{\sin(180° - \alpha_1 - \alpha_2)} = \dfrac{|\vec{F_1}|}{\sin(\alpha_2)}$

$|\vec{F_1}| = \dfrac{800 \cdot \sin(75°)}{\sin(55°)} = 943{,}3...$

$|\vec{F_1}|$ beträgt rund 943 Newton.

c1)



c2) X ... Belastbarkeit in N

$P(X < 1\,000) = 0{,}001$

Berechnung von μ_{neu} mittels Technologieeinsatz:
$\mu_{\text{neu}} = 1\,154{,}51...\text{ N} \approx 1\,154{,}5\text{ N}$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen der senkrechten Koordinatenachse
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Koeffizienten a
b1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Kräftezerlegung mithilfe eines Kräfteparallelogramms
b2) 1 × B: für die richtige Berechnung von $|\vec{F}_1|$
c1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit im Diagramm
c2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Erwartungswerts μ_{neu}

Aufgabe 9 (Teil B)

Bahnsteige

Möglicher Lösungsweg

a1) $A = \int_{-4}^{-2,5} f(x)\,\mathrm{d}x - 3 \cdot 1,5$

a2) $a = -4$
$b = 3$

b1) $\overline{DF} = \overline{AE} + \overline{AD} \cdot \sin(\alpha - 90°)$

b2) $\overline{AB} = 1,2$ m

$\frac{1,2}{\sin(19°)} = \frac{\overline{BC}}{\sin(104°)} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = 3,576... \text{ m} \approx 3,58 \text{ m}$

c1) $240 = v_0 \cdot 5 + \frac{v_0 \cdot 22}{2} \quad \Rightarrow \quad v_0 = 15$

Die Geschwindigkeit v_0 beträgt 15 m/s.

c2) $v(t) = k \cdot t + d$

$k = -\frac{15}{22}$

$0 = k \cdot 27 + d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{405}{22}$

$v(t) = -\frac{15}{22} \cdot t + \frac{405}{22}$

t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A
a2) 1 × C: für das richtige Ablesen von a und b
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
b2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Länge $\overline{BC}$
c1) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Geschwindigkeit
c2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion