Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

3. Mai 2022

Angewandte Mathematik

Korrekturheft

HTL 2

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Beurteilung der Klausurarbeit

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
44–48 Punkte	Sehr gut
38–43 Punkte	Gut
31–37 Punkte	Befriedigend
23–30 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

Jahresnoteneinrechnung: Damit die Leistungen der letzten Schulstufe in die Beurteilung des Prüfungsgebiets einbezogen werden können, muss die Kandidatin / der Kandidat mindestens 14 Punkte erreichen.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://www.matura.gv.at/srdp/ablauf*** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

Für die Korrektur und die Bewertung sind die am Prüfungstag auf ***https://korrektur.srdp.at*** veröffentlichten Unterlagen zu verwenden.

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

    a. Punkte sind zu vergeben, wenn die jeweilige Handlungsanweisung in der Bearbeitung richtig umgesetzt ist.

    b. Berechnungen im offenen Antwortformat ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

    c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind richtig, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

    d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

    e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

    f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

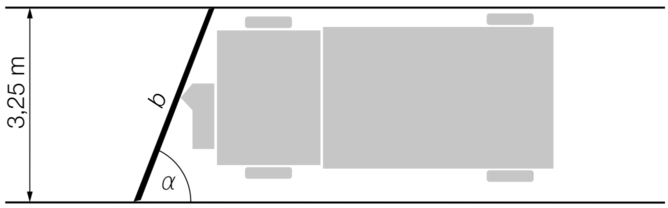
    g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

    h. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Winterdienst

a1)

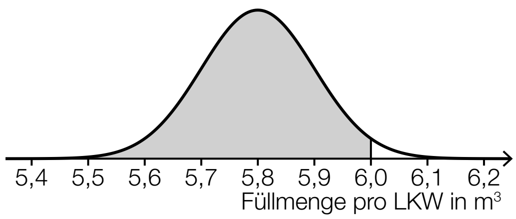
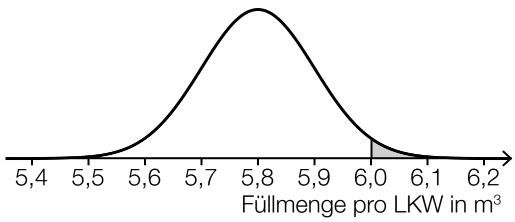
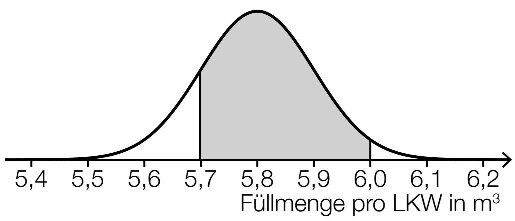
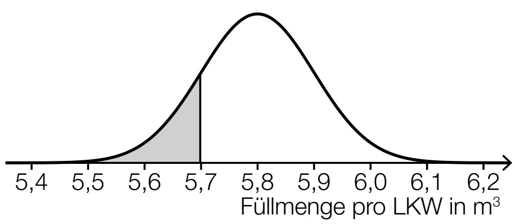


Auch ein Kennzeichnen des Winkels α an einer anderen Stelle in der Abbildung ist als richtig zu werten.

a1) Ein Punkt für das Kennzeichnen des richtigen Winkels α.

b1)

Ein zufällig ausgewählter LKW wird mit mehr als 6,0 m³ befüllt.	B
Ein zufällig ausgewählter LKW wird mit höchstens 5,7 m³ befüllt.	D

A	
B	
C	
D	

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1) $f(x) = a \cdot b^x$
$a = 100$
$20 = 100 \cdot b^{1000}$
$b = 0{,}99839...$
$f(x) = 100 \cdot 0{,}99839...^x$

oder:

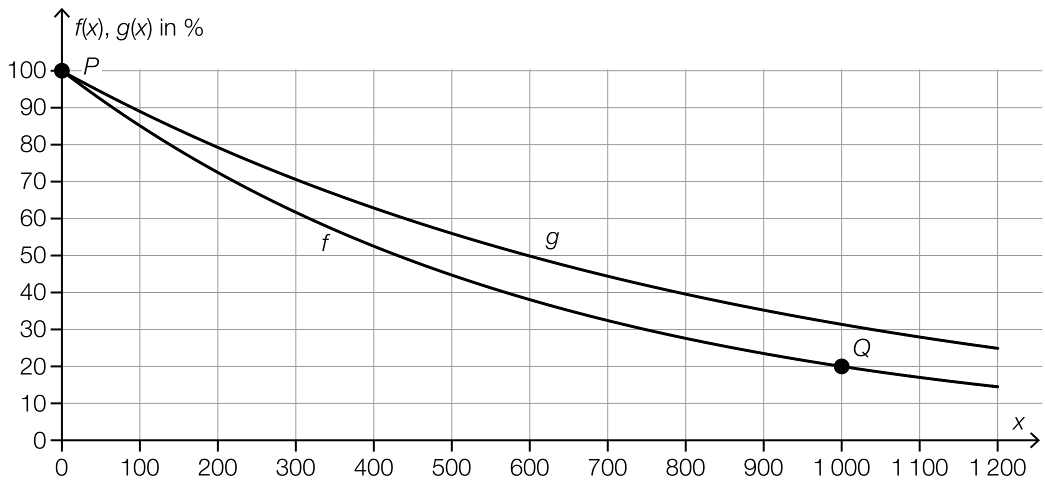
$f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$
$a = 100$
$20 = 100 \cdot e^{\lambda \cdot 1000}$
$\lambda = -0{,}001609...$
$f(x) = 100 \cdot e^{-0{,}001609... \cdot x}$

c2) $f(x) = 10$ *oder* $100 \cdot 0{,}99839...^x = 10$
$x = 1\,430{,}6...$

Nach rund 1 431 Fahrzeugen befinden sich nur mehr 10 % der gestreuten Salzmenge auf der Straße.

Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, das Ergebnis auf eine ganze Zahl gerundet anzugeben.

c3)



Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es erforderlich, dass der Graph der Exponentialfunktion g *durch die Punkte (0|100) und (600|50) geht.*

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von *f*.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Fahrzeuge.
c3) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen von *g* im Intervall [0; 1 200].

Aufgabe 2

Papier

a1) Gesamtflächeninhalt der 3 Blätter in mm²: $3 \cdot 210 \cdot 297 = 187\,110$
$187\,110 \text{ mm}^2 = 0{,}18711 \text{ m}^2$

Masse der 3 Blätter inklusive Briefumschlag in g: $0{,}18711 \cdot 80 + 4 = 18{,}9688$

Eva kann den Brief als Standardbrief versenden, da er nur rund 19 g wiegt.

a1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b1) $\frac{109 + 69 + 25 + 22}{412} = \frac{225}{412} = 0{,}54611...$
Von diesen vier Staaten wurden im Jahr 2019 insgesamt rund 54,61 % der weltweiten Gesamtproduktion von Papier hergestellt.

b2) $22 \cdot 10^6 \text{ t} = 2{,}2 \cdot 10^{10} \text{ kg}$

Gesamtenergieverbrauch in kWh: $2{,}5 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{10} = 5{,}5 \cdot 10^{10}$
$5{,}5 \cdot 10^{10} \text{ kWh} = 55\,000 \text{ GWh}$

Der Gesamtenergieverbrauch für die Papierherstellung in Deutschland im Jahr 2019 betrug 55 000 GWh.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Gesamtenergieverbrauchs in GWh.

c1) Für die jeweiligen Differenzenquotienten gilt:
$\frac{4{,}39 - 2{,}93}{10} = 0{,}146$ bzw. $\frac{5{,}00 - 4{,}39}{12} = 0{,}050...$ bzw. $\frac{5{,}00 - 2{,}93}{22} = 0{,}094...$
Es liegt kein lineares Modell vor, weil die Differenzenquotienten nicht gleich sind.

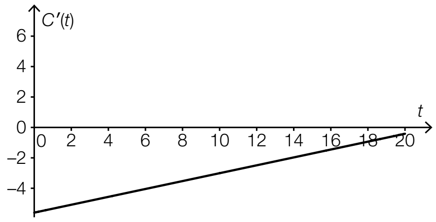
Für die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, alle 3 angegebenen Differenzenquotienten zu ermitteln. Auch ein Nachweis mit den Kehrwerten der angegebenen Differenzenquotienten ist als richtig zu werten.

c1) Ein Punkt für das richtige Zeigen mithilfe des Differenzenquotienten.

d1) $|C(10) - C(0)| \approx 43$ Millionen Tonnen pro Jahr

Toleranzbereich: [40; 46]

d2)

	☒

d1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Wertes.
d2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 3

Stand-up-Paddling

a1) $A = \int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{2,8} g(x)\,\mathrm{d}x$

a2) Berechnung der Extremstellen von f mittels Technologieeinsatz:

$f'(x) = 0$ *oder* $-0{,}0375 \cdot x^2 + 0{,}04 \cdot x + 0{,}07 = 0$
$x_1 = 2$ $(x_2 = -0{,}933...)$
$f(2) = 0{,}32$
$b = 2 \cdot f(2)$
$b = 0{,}64$ m

In der Abbildung ist erkennbar, dass der Hochpunkt von f *an der Stelle* x_1 *ist. Ein (rechnerischer) Nachweis, dass* x_1 *eine Maximumstelle ist, und eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.*

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der maximalen Breite b.

b1) $p_1'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $p_1(25) = 200$
II: $p_1(70) = 60$
III: $p_1'(25) = 0$
IV: $p_1'(70) = 0$

oder:

I: $15\,625 \cdot a + 625 \cdot b + 25 \cdot c + d = 200$
II: $343\,000 \cdot a + 4\,900 \cdot b + 70 \cdot c + d = 60$
III: $1\,875 \cdot a + 50 \cdot b + c = 0$
IV: $14\,700 \cdot a + 140 \cdot b + c = 0$

b2)

$p_2''(90) > 0$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte H und T.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der 1. Ableitung.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 4

Kleingartensiedlung

a1) $\frac{1}{2} \cdot \int_0^{20} f(x)\,\mathrm{d}x = 174{,}3...$

$\int_0^{a} f(x)\,\mathrm{d}x = 174{,}3...$

oder:

$\int_0^{a} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^{20} f(x)\,\mathrm{d}x$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 10{,}61...$

a1) Ein Punkt für den richtigen Ansatz.
Ein Punkt für das richtige Berechnen von a.

b1) $H = h + a \cdot \tan(\alpha)$

b2)

$\left(\sqrt{(H-h)^2 + a^2} + 60\right) \cdot (b + 60)$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 5

Bluthochdruck bei Erwachsenen

a1) X ... Blutdruck in mmHg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 140) = 0{,}200...$

Rund 20 % der Bevölkerung dieses Landes haben Bluthochdruck.

a2)

①	
weiter links	☒

②	
höher	☒

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.
a2) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

b1)

Höchstens 2 Personen haben Bluthochdruck.	☒

b2) $p = \frac{55}{250} = 0{,}22$

b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit p.

c1) Um die jeweilige Anzahl der Männer mit Bluthochdruck berechnen zu können, muss man die Anzahl aller Männer in dieser Stadt in den beiden Jahren kennen. Das ist hier nicht der Fall.

c1) Ein Punkt für das richtige Begründen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Werkzeuge

a1) $\ell_3 = \boxed{\frac{11}{10}} \cdot \ell_2$

a2) $\ell_6 = 9 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^5$

$\ell_6 = 14{,}494\text{... cm}$

a1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Länge ℓ_6.

b1) $s = \frac{b}{\sin(\varepsilon)} \cdot \sin(180° - \varepsilon - \varphi)$

b2) $\varphi = \arccos\left(\frac{a^2 - b^2 - s^2}{-2 \cdot b \cdot s}\right) = \arccos\left(\frac{23{,}7^2 - 10{,}4^2 - 18{,}8^2}{-2 \cdot 10{,}4 \cdot 18{,}8}\right) = 104{,}83\text{...}°$

b3)

$\frac{h}{\sin(\varepsilon)} = \frac{a}{\sin(\varphi)}$	⊠

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Winkels φ.
b3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) $n = 9$ Packungen

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

Stichprobenmittelwert: $\bar{x} = 500{,}775$
Stichprobenstandardabweichung: $s_{n-1} = 1{,}0208...$

Berechnung des 95-%-Vertrauensbereichs $[\mu_u; \mu_o]$ mithilfe der t-Verteilung:

$\mu_u = 500{,}775 - t_{7;0{,}975} \cdot \frac{1{,}0208...}{\sqrt{8}} = 499{,}92...$

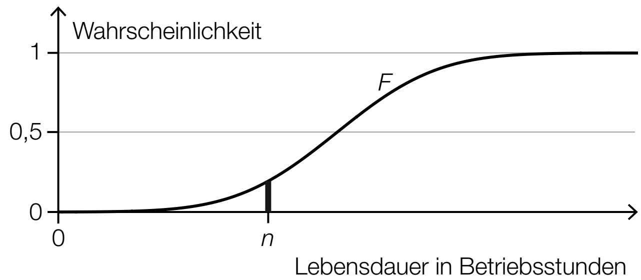
$\mu_o = 500{,}775 + t_{7;0{,}975} \cdot \frac{1{,}0208...}{\sqrt{8}} = 501{,}62...$

$t_{7;0{,}975} = 2{,}3646...$

Daraus ergibt sich der folgende Vertrauensbereich in g: [499,92...; 501,62...].

c1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Stichprobenumfangs n.
c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereichs.

d1)



d2) Die Lebensdauer einer Bohrmaschine beträgt mindestens n Betriebsstunden.

d1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit.
d2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben des Ereignisses E im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 7 (Teil B)

Sedimente

a1) $0 = 10 - 20 \cdot v$
$v = 0{,}5$

Die Sinkgeschwindigkeit, bei der die Beschleunigung null ist, beträgt 0,5 m/s.

a2) $\int \frac{\mathrm{d}v}{10 - 20 \cdot v} = \int \mathrm{d}t$ *oder* $\int \frac{v'}{10 - 20 \cdot v}\,\mathrm{d}t = \int \mathrm{d}t$

$\frac{\ln|10 - 20 \cdot v(t)|}{-20} = t + C_1$

$10 - 20 \cdot v(t) = e^{-20 \cdot t} \cdot C_2$

$v(t) = 0{,}5 - C \cdot e^{-20 \cdot t}$

a3) $v(0) = 0{,}2$
$0{,}5 - C = 0{,}2$
$C = 0{,}3$
$v(t) = 0{,}5 - 0{,}3 \cdot e^{-20 \cdot t}$

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Sinkgeschwindigkeit.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der allgemeinen Lösung der Differenzialgleichung mithilfe der Methode *Trennen der Variablen*.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Lösung der Differenzialgleichung mit $v(0) = 0{,}2$.

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = -0{,}0002763 \cdot t^2 - 0{,}004206 \cdot t + 141{,}98$ *(Koeffizienten gerundet)*

b2) $f(60) = 140{,}73...$

Zu Beginn des Jahres 2010 betrug die Seehöhe des Flussbetts rund 140,7 m.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion f.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Seehöhe zu Beginn des Jahres 2010.

c1) Ablesen des Durchmessers eines Sandkorns mit Sinkgeschwindigkeit 0,2 m/s:
$d = 2$ mm $\Rightarrow$ $r = 1$ mm

Berechnung des Volumens V dieses Sandkorns in m³:
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 \cdot 10^{-9} = 4{,}188... \cdot 10^{-9}$

Berechnung der Masse m dieses Sandkorns in g:
$m = \varrho \cdot V = 2650 \cdot 4{,}188... \cdot 10^{-9} \cdot 10^3 = 0{,}0111...$

Die Masse des Sandkorns beträgt rund 0,011 g.

c2)

$W_S(d) = a \cdot d^c$	☒

c1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Durchmessers d.
Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Masse m in Gramm.
c2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 8 (Teil B)

Landung eines Flugzeugs

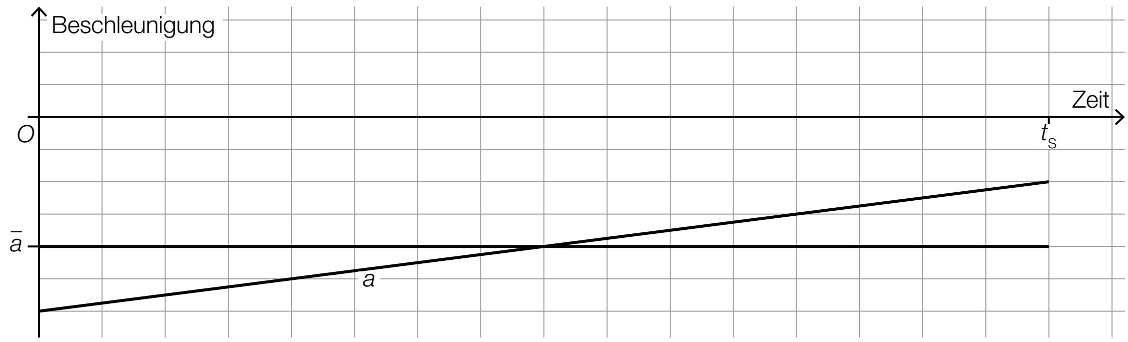
a1) $\vec{b} = \begin{pmatrix} 13\,200 \\ 23\,100 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1\,500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13\,200 \\ 23\,100 \\ -1\,500 \end{pmatrix}$

Auch ein Richtungsvektor, der ein Vielfaches des angegebenen Richtungsvektors ist, ist als richtig zu werten.

a2) $\gamma = \arccos\left(\frac{\vec{b} \cdot \overrightarrow{OP}}{|\vec{b}| \cdot |\overrightarrow{OP}|}\right) = 3{,}22...°$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Richtungsvektors $\vec{b}$.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des spitzen Winkels γ.

b1)



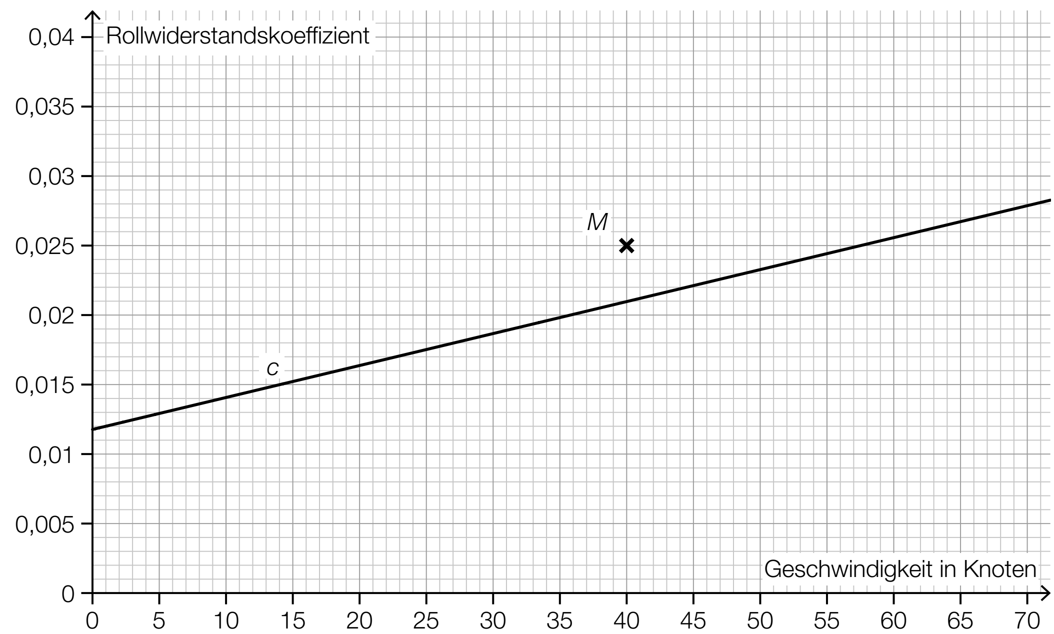
Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn der lineare Mittelwert nur auf der senkrechten Achse markiert ist.

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des linearen Mittelwerts $\bar{a}$.

c1) $\frac{c(60) - c(30)}{c(30)} = 0{,}369...$

Der Rollwiderstand ist bei einer Geschwindigkeit von 60 Knoten um rund 37 % größer als bei einer Geschwindigkeit von 30 Knoten.

c2)



c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.
c2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Punktes M.

d1) Ablesen der Lufttemperatur in einer Flughöhe von 9 km: 230 K

$$\eta = \frac{1\,230 - 230}{1\,230} = 0{,}813...$$

Der Carnot-Wirkungsgrad in einer Flughöhe von 9 km beträgt rund 0,81.

d1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Carnot-Wirkungsgrads.