Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

11. Jänner 2023

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z.B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

- Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
- Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Bei offenen Antwortformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Für die Bearbeitung offener Antwortformate wird empfohlen:

- den Lösungsweg, auch im Fall von Technologieeinsatz, nachvollziehbar zu dokumentieren,
- selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
- frühzeitiges Runden zu vermeiden,
- Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Summe und Produkt zweier Zahlen

Für zwei Zahlen a und b mit $a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $a + b = a \cdot b$

Aufgabenstellung:

Begründen Sie allgemein, warum es unter dieser Voraussetzung nicht möglich ist, dass sowohl a als auch b negativ sind.

[0/1 P.]

Aufgabe 2

Reines Wasser

Reines Wasser besteht ausschließlich aus Wassermolekülen. Modellhaft wird angenommen, dass ein Wassermolekül eine Masse von $3 \cdot 10^{-23}$ g hat.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Anzahl der Wassermoleküle in 3 kg reinem Wasser.

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Vermietung

Alexander vermietet vier Wohnungen.
In der nachstehenden Tabelle sind die Bruttomieten und die Betriebskosten für ein bestimmtes Jahr angegeben.

	Bruttomiete (in €)	Betriebskosten (in €)
Wohnung 1	4800	1200
Wohnung 2	5500	1400
Wohnung 3	6000	1800
Wohnung 4	7000	1900

Die Spalten der Tabelle können als Vektoren angeschrieben werden. Dabei gibt der Vektor B die jeweiligen Bruttomieten und der Vektor K die jeweiligen Betriebskosten an.

Die Bruttomieten sind die Summe aus Nettomieten und Betriebskosten. Der Gewinn (nach Abzug der Steuern) beträgt 60 % der Nettomieten.

Aufgabenstellung:

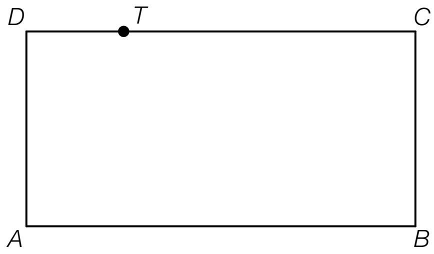
Berechnen Sie den Vektor G, dessen Komponenten Alexanders Gewinne aus der Vermietung der vier Wohnungen sind.

[0/1 P.]

Aufgabe 4

Teilungspunkt einer Rechteckseite

Nachstehend ist ein Rechteck mit den Eckpunkten A, B, C und D dargestellt. Der Punkt T teilt die Strecke CD im Verhältnis 3 : 1 (siehe nachstehende Abbildung).



Für den Punkt T gilt:
$T = A + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{DA}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie r und s.

r = ____________________

s = ____________________

[0 / ½ / 1 P.]

Aufgabe 5

Zwei Geraden im Raum

Gegeben sind zwei Geraden g und h in $\mathbb{R}^3$.

- $g\colon X = A + t \cdot \vec{a}$ mit $t \in \mathbb{R}$
- $h\colon X = B + s \cdot \vec{b}$ mit $s \in \mathbb{R}$

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Falls ___①___ gilt, sind die Geraden g und h auf jeden Fall ___②___.

①	
$A \notin h$ und $\vec{a} = \vec{b}$	☐
$B \in g$ und $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$	☐
$\vec{a} = r \cdot \vec{b}$ mit $r \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ und $B \notin g$	☐

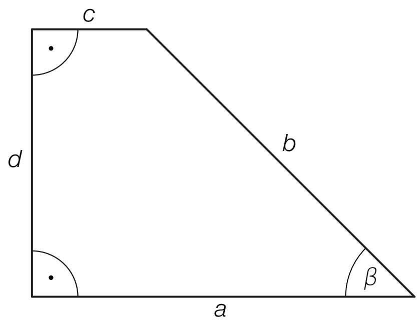
②	
schneidend	☐
identisch	☐
windschief	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 6

Viereck

In der nachstehenden Abbildung ist ein Viereck dargestellt.



Aufgabenstellung:

Stellen Sie unter Verwendung der dafür erforderlichen Seitenlängen eine Formel zur Berechnung von $\tan(\beta)$ auf.

$\tan(\beta) =$ ____

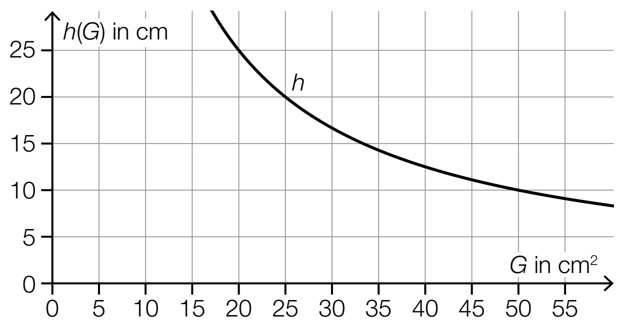
[0/1 P.]

Aufgabe 7

Behälter

Es werden zylindrische Behälter, die alle das gleiche Volumen V_0 haben, produziert.

Die Funktion h beschreibt die Höhe eines solchen Behälters in Abhängigkeit vom Inhalt G seiner Grundfläche (G in cm², $h(G)$ in cm). Der Graph der Funktion h ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie V_0.

[0/1 P.]

Aufgabe 8

Funktionseigenschaften

Gegeben sind reelle Funktionen sowie die Parameter $a \in \mathbb{R}^+$ und $b \in (0; 1)$.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier angegebenen Funktionsgleichungen jeweils die zutreffende Funktionseigenschaft aus A bis F zu.

$f(x) = a \cdot x + b$	
$f(x) = a \cdot x^2 + b$	
$f(x) = a \cdot b^x$	
$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$	

A	Es gilt $f(x) = f(-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
B	Es gilt $f(x) = -f(-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
C	f ist streng monoton fallend in $\mathbb{R}$.
D	f hat genau zwei Nullstellen.
E	f ist für alle $x \in \mathbb{R}$ rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt).
F	f hat genau eine Nullstelle.

[0/½/1 P.]

Aufgabe 9

Fallender Ball

Ein Ball fällt von einer Aussichtsplattform. Die Funktion h beschreibt modellhaft die Höhe des fallenden Balles über dem Boden in Abhängigkeit von der Zeit t.

Dabei gilt: $h: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$, $h(t) = 30 - 4{,}9 \cdot t^2$ (t in s, $h(t)$ in m).

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem sich der Ball 4 m über dem Boden befindet.

[0/1 P.]

Aufgabe 10

Kosten eines Betriebs

Die Funktion K mit $K(x) = 100 \cdot x^3 - 1\,800 \cdot x^2 + 11\,200 \cdot x + 20\,000$ gibt die Gesamtkosten in Euro an, die für einen Betrieb bei der Erzeugung von x (in Tonnen) eines bestimmten Produkts entstehen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie diejenige Produktionsmenge (in Tonnen), bei der die Gesamtkosten um € 48.000 höher als die Fixkosten sind.

[0/1 P.]

Aufgabe 11

Baumhöhe

Die Höhe eines bestimmten Baumes kann in den ersten 15 Jahren nach dem Einpflanzen durch eine Exponentialfunktion modelliert werden.

Dieser Baum hat 10 Jahre nach dem Einpflanzen eine Höhe von 2,2 m und 15 Jahre nach dem Einpflanzen eine Höhe von 2,7 m.

Aufgabenstellung:

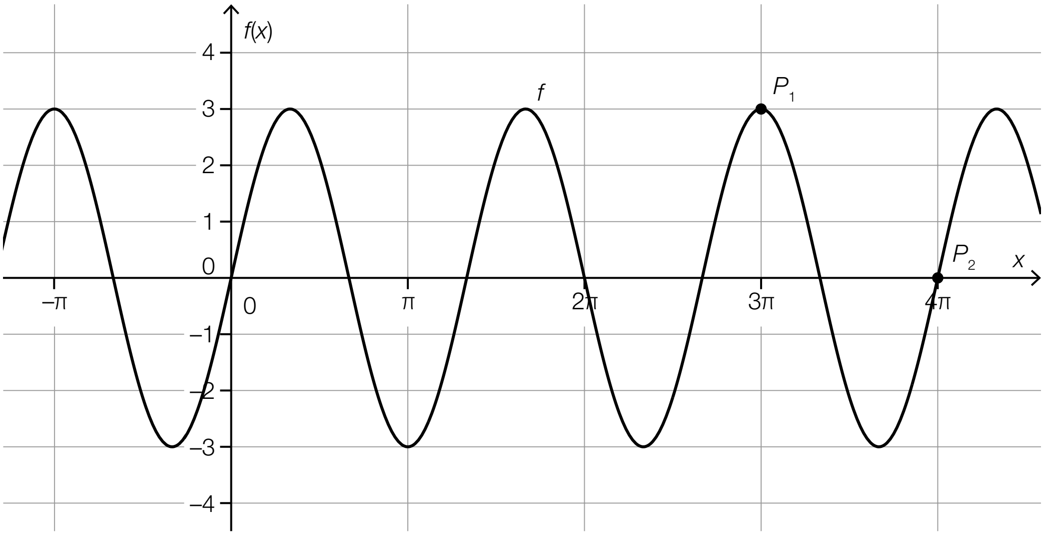
Berechnen Sie die Höhe dieses Baumes zum Zeitpunkt des Einpflanzens.

[0/1 P.]

Aufgabe 12

Graph einer Sinusfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Sinusfunktion f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$.
Der Graph von f verläuft durch die Punkte $P_1 = (3\pi|3)$ und $P_2 = (4\pi|0)$.



Aufgabenstellung:

Geben Sie a und b an.

a = ____________________

b = ____________________

[0/½/1 P.]

Aufgabe 13

Bevölkerungsentwicklung

In einem bestimmten Land hat die Bevölkerungszahl seit 1960 stark zugenommen.
Mit $B(t)$ wird die Bevölkerungszahl dieses Landes im Jahr t bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie $\frac{B(2017) - B(1960)}{B(1960)} = 3{,}23$ im gegebenen Sachzusammenhang.

[0/1 P.]

Aufgabe 14

Treibstoffverbrauch

Die Funktion V beschreibt die Treibstoffmenge im Tank eines Autos in Abhängigkeit von der zurückgelegten Wegstrecke x. Nach x Kilometern Fahrt befinden sich $V(x)$ Liter Treibstoff im Tank.

Das Auto hat eine Wegstrecke von 180 km ohne Tanken zurückgelegt.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie unter Verwendung der Funktion V einen Term zur Berechnung des mittleren Treibstoffverbrauchs (in Litern pro Kilometer) für diese Wegstrecke auf.

[0/1 P.]

Aufgabe 15

Ableitungsregeln

Gegeben sind die zwei differenzierbaren Funktionen $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sowie $k \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jeden Fall zutreffen. *[2 aus 5]*

Für die reelle Funktion f mit $f(x) = g(x) - h(x)$ gilt: $f'(x) = g'(x) - h'(x)$	☐
Für die reelle Funktion f mit $f(x) = h(k \cdot x)$ gilt: $f'(x) = h'(k \cdot x)$	☐
Für die reelle Funktion f mit $f(x) = k \cdot g(x)$ gilt: $f'(x) = k \cdot g'(x)$	☐
Für die reelle Funktion f mit $f(x) = g(x) + k$ gilt: $f'(x) = g'(x) + k \cdot x$	☐
Für die reelle Funktion f mit $f(x) = g(x) + h(x)$ gilt: $f'(x) = g'(x) \cdot h'(x)$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 16

Überholvorgang

Die Beschleunigung eines bestimmten Fahrzeugs während eines Überholvorgangs wird durch die Funktion a beschrieben.

Es gilt:
$a(t) = -t^3 + 3 \cdot t^2 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 3$

t ... Zeit ab Beginn des Überholvorgangs in s
$a(t)$ ... Beschleunigung des Fahrzeugs zur Zeit t in m/s²

Die Funktion v ordnet dabei jeder Zeit t die Geschwindigkeit des Fahrzeugs $v(t)$ (in m/s) zu.

Zu Beginn des Überholvorgangs hat das Fahrzeug die Geschwindigkeit $v(0) = 20$ m/s.

Aufgabenstellung:

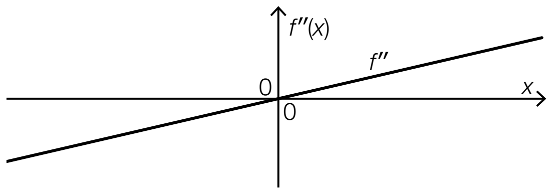
Stellen Sie eine Funktionsgleichung von v auf.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 17

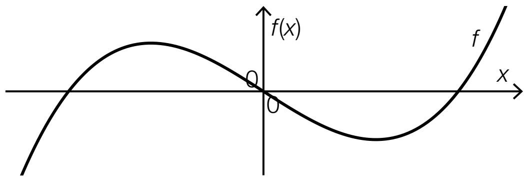
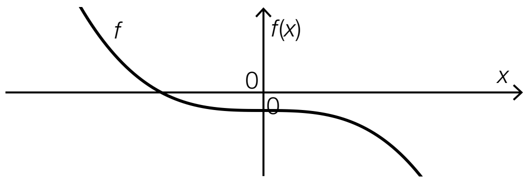
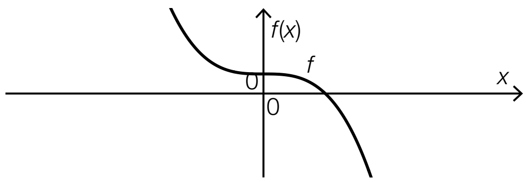
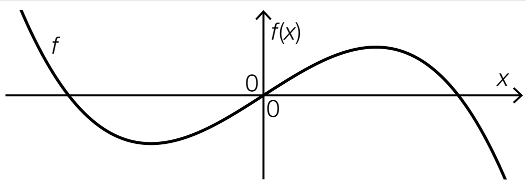
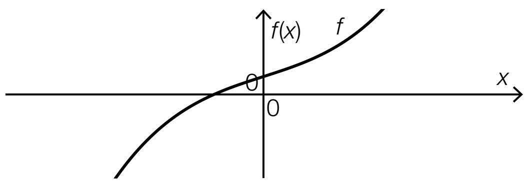
Zweite Ableitung

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen der 2. Ableitung f'' einer Polynomfunktion 3. Grades f. Der Graph von f'' ist eine Gerade, die durch den Koordinatenursprung verläuft.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, die den Graphen einer solchen Polynomfunktion f darstellen können. *[2 aus 5]*

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

[0/1 P.]

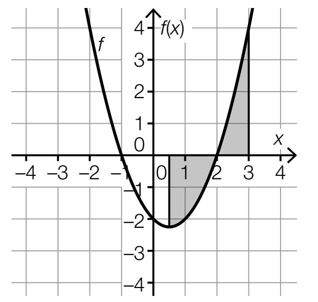
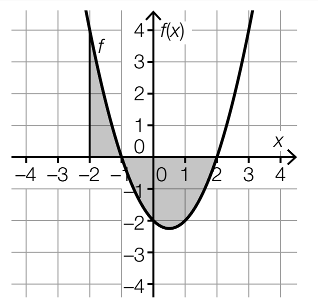
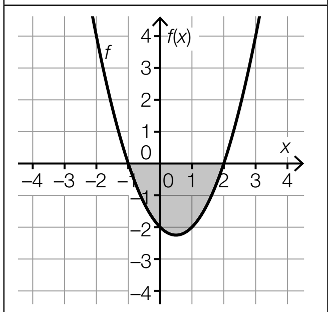
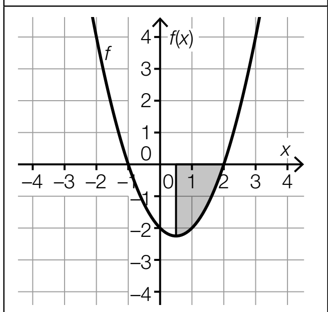
Aufgabe 18

Bestimmte Integrale

Die vier unten stehenden Abbildungen zeigen jeweils den Graphen der quadratischen Funktion f. Der Graph von f schneidet die x-Achse an den Stellen $x = -1$ und $x = 2$. Die lokale Minimumstelle von f liegt bei $x = 0{,}5$.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den grau markierten Flächen in den vier Abbildungen jeweils den entsprechenden Ausdruck zur Berechnung ihres Flächeninhalts aus A bis F zu.

A	$-\int_{0{,}5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
B	$-\int_{0{,}5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$
C	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
D	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
E	$\int_{-2}^{0{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x$
F	$-2 \cdot \int_{0{,}5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$

[0/½/1 P.]

Aufgabe 19

Kursbesuche

Im Zeitraum von 2015 bis 2020 wurde an einer Bildungseinrichtung jedes Jahr ein bestimmter Kurs angeboten. Die nachstehende Tabelle zeigt für jedes Jahr in diesem Zeitraum die Anzahl der Kursbesucher/innen. Die Anzahl der Kursbesucher/innen im Jahr 2016 wird mit x bezeichnet.

Jahr	Anzahl der Kursbesucher/innen
2015	12
2016	x
2017	11
2018	12
2019	12
2020	15

Das arithmetische Mittel der Anzahl der Kursbesucher/innen im Zeitraum von 2015 bis 2020 beträgt 12.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie x.

[0/1 P.]

Aufgabe 20

Erfolg und Misserfolg

Ein bestimmtes Zufallsexperiment besteht aus n unabhängigen Durchführungen eines Versuchs ($n \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$). Bei jedem Versuch tritt „Erfolg" mit der Wahrscheinlichkeit p ein, ansonsten „Misserfolg".

Aufgabenstellung:

Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E bei diesem Zufallsexperiment, das mit der Wahrscheinlichkeit $1 - (1 - p)^n$ eintritt.

[0/1 P.]

Aufgabe 21

Münzwurf

Ein Zufallsexperiment besteht aus dem mehrmaligen Werfen einer Münze. Die Münze zeigt nach einem Wurf entweder „Kopf" oder „Zahl". Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze „Kopf" zeigt, ist bei jedem Wurf genauso hoch wie die Wahrscheinlichkeit, dass sie „Zahl" zeigt. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig. Die Münze wird so oft geworfen, bis sie zum zweiten Mal „Kopf" oder zum zweiten Mal „Zahl" zeigt.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der dafür benötigten Münzwürfe.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X = 3)$.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 22

Binomialkoeffizient

Gegeben ist der Binomialkoeffizient $\binom{10}{2}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Anzahlen an, die mit dem Binomialkoeffizienten $\binom{10}{2}$ übereinstimmen.
[2 aus 5]

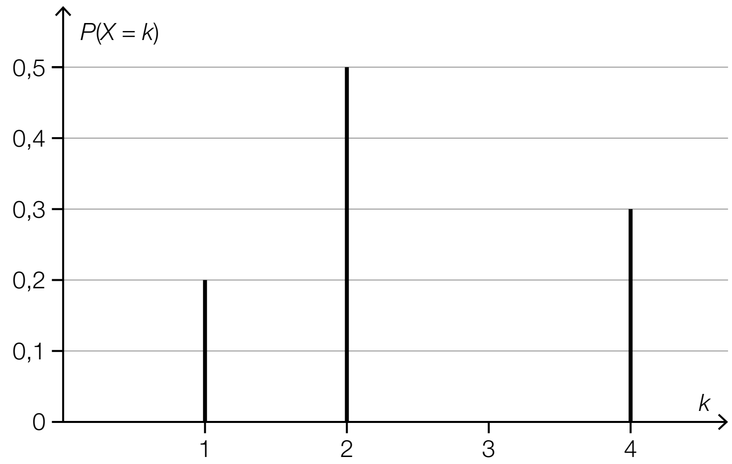
die Anzahl der zweielementigen Teilmengen einer zehnelementigen Menge	☐
die Anzahl derjenigen Zahlen, die mit zwei Ziffern gebildet werden können	☐
die Anzahl der Möglichkeiten, zwei Personen aus einer Gruppe von zehn Personen auszuwählen	☐
die Anzahl der möglichen Versuchsausgänge beim zehnmaligen Werfen einer Münze	☐
die Anzahl der möglichen Versuchsausgänge beim Werfen zweier Würfel, die jeweils zehn mit den Ziffern 1 bis 10 beschriftete Seitenflächen haben	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 23

Wahrscheinlichkeitsverteilung

In der nachstehenden Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X dargestellt.



Die Zufallsvariable X nimmt nur die Werte 1, 2 und 4 mit einer positiven Wahrscheinlichkeit an.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$.

[0/1 P.]

Aufgabe 24

Glücksrad

Bei einem Gewinnspiel wird ein Glücksrad gedreht, das in 24 gleich große Sektoren unterteilt ist. Zwei der Sektoren sind grün, alle anderen rot.

Für jede Drehung gilt:

- Der Zeiger des Glücksrads zeigt auf jeden Sektor mit der gleichen Wahrscheinlichkeit.
- Zeigt der Zeiger nach der Drehung auf einen grünen Sektor, gewinnt man einen Preis.
- Zeigt der Zeiger nach der Drehung auf einen roten Sektor, gewinnt man keinen Preis.

Das Glücksrad wird n-mal gedreht. Die Ergebnisse der Drehungen sind voneinander unabhängig.

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Erwartungswert für die Anzahl der gewonnenen Preise in Abhängigkeit von n an.

[0/1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

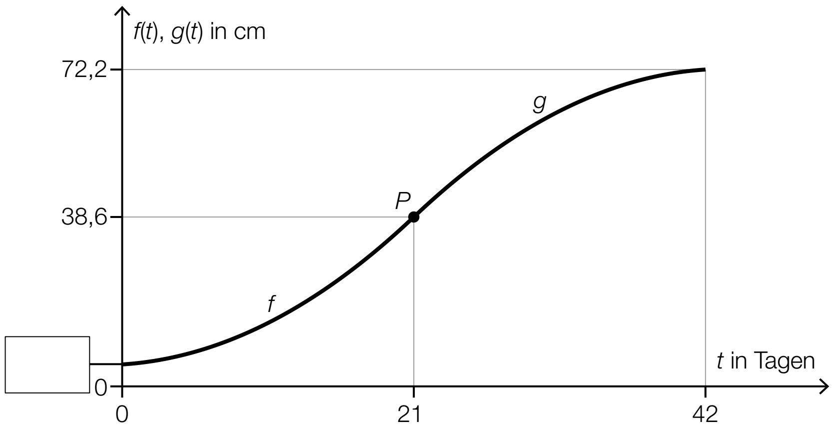
Sonnenblumen

Aufgabenstellung:

a) Die Höhe einer bestimmten Sonnenblume lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch die zwei quadratischen Funktionen f und g beschreiben. Die Graphen dieser beiden Funktionen gehen im Punkt P mit gleicher Steigung ineinander über. (Siehe unten stehende Abbildung.)

$f(t) = \frac{1}{15} \cdot t^2 + 0{,}2 \cdot t + 5 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 21$
$g(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \quad \text{mit} \quad 21 \leq t \leq 42$

$t \in [0; 42]$ ... Zeit ab dem Beobachtungsbeginn in Tagen
$f(t)$ ... Höhe der Sonnenblume zum Zeitpunkt t in cm
$g(t)$ ... Höhe der Sonnenblume zum Zeitpunkt t in cm



1) Tragen Sie in der obigen Abbildung den fehlenden Wert der Achsenbeschriftung in das dafür vorgesehene Kästchen ein. *[0/1 P.]*

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c der Funktion g. *[0/½/1 P.]*

3) Interpretieren Sie den nachstehenden Term im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

Es gilt: $t_1 = 2$ Tage, $t_2 = 42$ Tage

$\frac{g(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$ *[0/1 P.]*

b) Die Höhe einer anderen Sonnenblume lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit t in einem bestimmten Zeitintervall näherungsweise durch die Funktion h beschreiben.

$h(t) = 6{,}2 \cdot a^t$

t ... Zeit ab dem Beobachtungsbeginn in Tagen
$h(t)$ ... Höhe der Sonnenblume zum Zeitpunkt t in cm

Zum Zeitpunkt $t = 17$ beträgt die Höhe dieser Sonnenblume 38,6 cm.

1) Berechnen Sie a. *[0/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

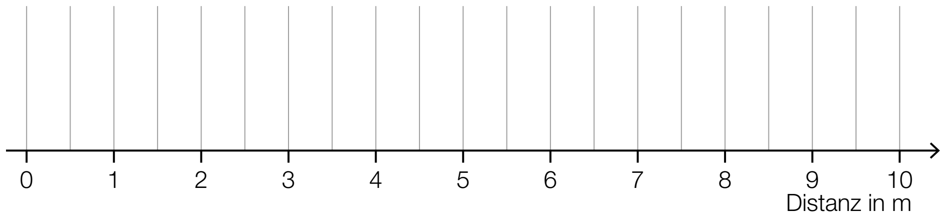
Schwimmkurs

Aufgabenstellung:

a) Eine Schwimmlehrerin notiert bei einem ihrer Kinder-Schwimmkurse die Distanzen, die jedes Kind beim ersten freien Schwimmen zurücklegt. Sie ermittelt daraus die folgenden Werte:

Minimum: 1,5 m
Median: 3 m
3. Quartil: 4 m
Spannweite: 5,5 m
Interquartilsabstand (Differenz von 3. und 1. Quartil): 2 m

1) Erstellen Sie in der nachstehenden Abbildung den dadurch festgelegten Boxplot. *[0/1 P.]*



Bei einem anderen Kinder-Schwimmkurs wurden die geschwommenen Distanzen für 17 Kinder notiert.
Der Median dieser geschwommenen Distanzen beträgt 12 m.

Jemand behauptet, dass 10 Kinder eine Distanz von weniger als 12 m geschwommen sind.

2) Begründen Sie, warum diese Behauptung <u>nicht</u> richtig ist. *[0/1 P.]*

b) Man kann die Kinder einer bestimmten Schwimmgruppe hinsichtlich ihres Verhaltens beim ersten Versuch eines Sprunges vom Beckenrand ins Wasser in 3 Kategorien einteilen:

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Kinder, die sofort springen	20	
Kinder, die zögerlich springen		0,4
Kinder, die das Springen verweigern	10	

1) Ergänzen Sie in der obigen Tabelle die 3 fehlenden Werte. *[0/1 P.]*

c) In einer Kiste befinden sich 12 rote, 10 gelbe und 8 blaue Schwimmscheiben. Ein Schwimmlehrer zieht zufällig und ohne Zurücklegen nacheinander 3 Schwimmscheiben aus dieser Kiste. (Bei jeder Ziehung hat jede Schwimmscheibe, die sich noch in der Kiste befindet, die gleiche Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden.)

Es soll die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass der Schwimmlehrer dabei Schwimmscheiben in 3 unterschiedlichen Farben zieht.

1) Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der gleich der Wahrscheinlichkeit ist, die berechnet werden soll. *[1 aus 6]* *[0/1 P.]*

$\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{30} \cdot \frac{8}{30}$	☐
$\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{30} \cdot \frac{8}{30} \cdot 3$	☐
$\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{8}{28}$	☐
$\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{8}{28} \cdot 3$	☐
$\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{8}{28} \cdot 6$	☐
$\left(\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{8}{28}\right)^3$	☐

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Spezielle Polynomfunktionen vierten Grades

Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Aufgabenstellung:

a) 1) Stellen Sie unter Verwendung von a und b eine Gleichung zur Berechnung der Wendestellen von f auf. *[0/1 P.]*

b) 1) Weisen Sie rechnerisch mithilfe der 1. und 2. Ableitung von f nach, dass auf der senkrechten Achse ein Extrempunkt P des Graphen von f liegt. *[0/1 P.]*

Genau einer der Koeffizienten a, b und c ist ausschlaggebend dafür, ob es sich beim ermittelten Extrempunkt P um einen Hochpunkt handelt.

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/1 P.]*

Damit dieser Extrempunkt P ein Hochpunkt ist, muss für den Koeffizienten ____①____ gelten, dass dieser ____②____ ist.

①	
a	☐
b	☐
c	☐

②	
kleiner als 0	☐
gleich 1	☐
größer als 0	☐

c) Gegeben ist eine Polynomfunktion g mit $g(x) = d \cdot (x + e)^2 \cdot (x - e)^2$ mit $d \neq 0$ und $e \in \mathbb{R}$.
Der Graph von g verläuft durch den Punkt $N = (2|0)$.

1) Ermitteln Sie unter diesen Voraussetzungen alle möglichen Werte von e. *[0/1 P.]*

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

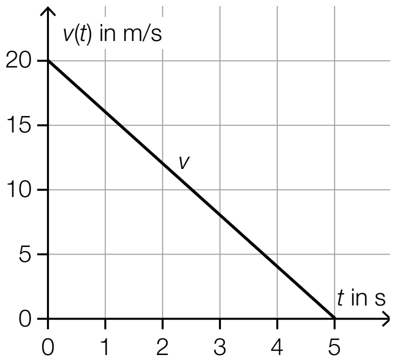
Bremsvorgänge

Durch das Einwirken einer Bremskraft und der damit verbundenen negativen Beschleunigung verringert sich die Geschwindigkeit eines fahrenden Fahrzeugs.

Aufgabenstellung:

a) Ein bestimmtes Fahrzeug wird durch eine Vollbremsung bis zum Stillstand abgebremst. Der Weg, den ein Fahrzeug während der Vollbremsung zurücklegt, wird als *Bremsweg* bezeichnet.

In der nachstehenden Abbildung ist das Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm für eine 5 s dauernde Vollbremsung dargestellt.



Für die Zeit-Geschwindigkeit-Funktion v gilt:

$v(t) = -4 \cdot t + 20 \quad \text{mit} \quad t \in [0; 5]$

t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in m/s

1) Interpretieren Sie die Koeffizienten –4 und 20 aus der obigen Funktionsgleichung von v im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/½/1 P.]*

Die Länge des Bremswegs des Fahrzeugs bei dieser Vollbremsung wird mit s_B bezeichnet. Wird die Anfangsgeschwindigkeit halbiert, so beträgt bei gleichbleibender negativer Beschleunigung die Länge des Bremswegs $k \cdot s_B$ mit $k \in \mathbb{R}$.

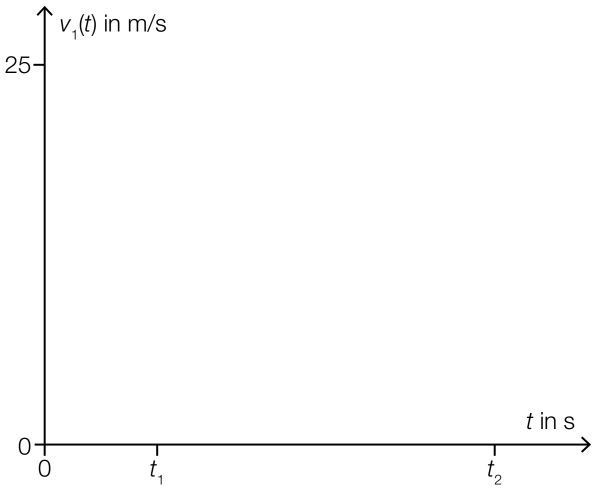
2) Ermitteln Sie k. *[0/1 P.]*

b) Ein Fahrzeug fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 25 m/s. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sieht der Fahrzeuglenker ein Hindernis auf der Straße.

Es gilt:

- Der Fahrzeuglenker benötigt eine bestimmte Zeit, um zu reagieren. Während dieser Zeit fährt das Fahrzeug mit der konstanten Geschwindigkeit von 25 m/s weiter.
- Der Bremsvorgang beginnt zum Zeitpunkt t_1 mit einer konstanten Bremsverzögerung (negative Beschleunigung).
- Zum Zeitpunkt t_2 kommt das Fahrzeug zum Stillstand.

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm den Geschwindigkeitsverlauf für den beschriebenen Vorgang ein (t in s, $v_1(t)$ in m/s). *[0/1 P.]*



Der Weg, den das Fahrzeug im Zeitintervall $[0; t_2]$ zurücklegt, wird *Anhalteweg* s_A genannt (s_A in m).

2) Stellen Sie unter Verwendung von t_1 und t_2 eine Formel zur Berechnung von s_A auf.

s_A = ______________________ *[0/1 P.]*