Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

3. Mai 2022

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

– Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
– Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Bei offenen Antwortformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Für die Bearbeitung offener Antwortformate wird empfohlen:

– den Lösungsweg, auch im Fall von Technologieeinsatz, nachvollziehbar zu dokumentieren,
– selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
– frühzeitiges Runden zu vermeiden,
– Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Werte von Termen

Nachstehend sind fünf Terme mit $a \in \mathbb{R}$ und $a < 0$ gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Terme an, deren Wert auf jeden Fall positiv ist. *[2 aus 5]*

$\frac{a-1}{a}$	☐
$\frac{1-2\cdot a}{a}$	☐
$\frac{a}{1-a}$	☐
$a^2 - 1$	☐
$-a$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 2

Quadratische Gleichung

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Variablen x:

$3 \cdot x^2 + a = 2 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 4 \quad \text{mit} \quad a \in \mathbb{R}$

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie alle Werte von a, für die die gegebene Gleichung zwei verschiedene Lösungen in $\mathbb{R}$ hat.

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Punkt einer Geraden

Gegeben sind die Gerade g in $\mathbb{R}^3$ mit $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}$,

und der Punkt $A = \begin{pmatrix} 10 \\ -19 \\ a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

Der Punkt A liegt auf der Geraden g.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie a.

$a =$ ____________________

[0/1 P.]

Aufgabe 4

Normalvektoren

Gegeben ist der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \cdot a \end{pmatrix}$ mit $a > 1$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Vektoren an, die normal auf $\vec{v}$ stehen. *[2 aus 5]*

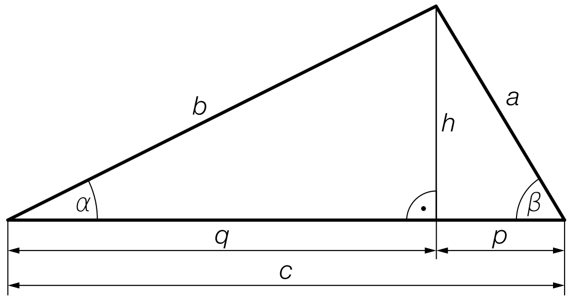
$\begin{pmatrix} -3 \cdot a \\ 7 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \cdot a \\ 3{,}5 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} -6 \cdot a^2 \\ -14 \cdot a \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 3{,}5 \cdot a \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 9 \cdot a^2 \\ -21 \cdot a \end{pmatrix}$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 5

Berechnungen am Dreieck

Die nachstehende Abbildung zeigt ein Dreieck, das durch die Höhe h in zwei rechtwinkelige Dreiecke unterteilt wird.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Längen jeweils den zutreffenden Ausdruck zur Berechnung aus A bis F zu.

a	
b	
c	
h	

A	$b \cdot \cos(\alpha)$
B	$\frac{p}{\cos(\beta)}$
C	$\frac{h}{\tan(\beta)}$
D	$q \cdot \tan(\alpha)$
E	$q + \frac{h}{\tan(\beta)}$
F	$\frac{q}{\cos(\alpha)}$

[0/½/1 P.]

Aufgabe 6

Intervalle

Gegeben sind sechs verschiedene Intervalle.
Für alle Winkel α aus einem dieser Intervalle gilt: $\sin(\alpha) \geq 0$ und $\sin(\alpha) \neq 1$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie das zutreffende Intervall an. *[1 aus 6]*

[270°; 360°)	☐
[90°; 180°]	☐
(0°; 180°)	☐
[0°; 90°)	☐
(90°; 270°]	☐
[180°; 270°]	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 7

Eigenschaften reeller Funktionen

Nachstehend sind Eigenschaften einer reellen Funktion f angegeben.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Eigenschaften jeweils die zutreffende Aussage aus A bis F zu.

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(x) = f(-x)$.	
Für ein bestimmtes $m \in \mathbb{R}^+$ gilt: $f(x + m) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.	
Für alle $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) > f(x_2)$.	
Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(x) \neq 0$.	

A	f ist streng monoton steigend.
B	Der Graph von f ist symmetrisch zur senkrechten Achse.
C	Der Graph von f hat eine Asymptote.
D	f ist streng monoton fallend.
E	f ist periodisch.
F	Der Graph von f hat keinen Schnittpunkt mit der x-Achse.

[0 / ½ / 1 P.]

Aufgabe 8

Lineare Funktion

Gegeben ist die lineare Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = k \cdot x + d$ und $k, d \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass auf jeden Fall eine richtige Aussage entsteht.

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: ______①______ = ______②______.

①	
$f(x + 1)$	☐
$f(x + 2)$	☐
$f(x + 1) + f(x + 1)$	☐

②	
$f(x) + 2 \cdot k$	☐
$f(x) + d$	☐
$2 \cdot f(x) + 2$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 9

Indirekte Proportionalität

Gegeben sind sechs Zuordnungen mit $x \in \mathbb{R}^+$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige Zuordnung an, die eine indirekte Proportionalität beschreibt. *[1 aus 6]*

$x \mapsto 3 - x$	☐
$x \mapsto -\frac{x}{3}$	☐
$x \mapsto \frac{3}{x^2}$	☐
$x \mapsto 3 \cdot x^{-1}$	☐
$x \mapsto 3^{-x}$	☐
$x \mapsto x^{-3}$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 10

Ungerade Funktion

Für die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^n$ $(a \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ mit ungeradem $n \in \mathbb{N}$ ist die nachstehende Wertetabelle gegeben.

x	-2	0	2
$f(x)$	v	0	w

Dabei sind $v, w \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Zusammenhang zwischen v und w in Form einer Gleichung an.

[0/1 P.]

Aufgabe 11

Halbwertszeit

Die Halbwertszeit einer bestimmten radioaktiven Substanz beträgt T Jahre.
Die nach t Jahren vorhandene Menge der radioaktiven Substanz wird mit $m(t)$ bezeichnet.
Es gilt: $m(0) > 0$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an. *[2 aus 5]*

$m(T) = \frac{1}{2} \cdot m(0)$	☐
$m(2 \cdot T) = 0$	☐
$m(3 \cdot T) = \frac{7}{8} \cdot m(0)$	☐
$m(4 \cdot T) = \frac{1}{4} \cdot m(T)$	☐
$m(5 \cdot T) = \frac{1}{2} \cdot m(4 \cdot T)$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 12

Töne

Die Funktionen f, g und h beschreiben jeweils in Abhängigkeit von der Zeit t (in Sekunden) Schwingungen, die Töne erzeugen.

Dabei gilt:

$f(t) = \sin(600 \cdot t)$

$g(t) = \frac{5}{4} \cdot \sin(800 \cdot t)$

$h(t) = \frac{6}{5} \cdot \sin(500 \cdot t)$

Die Lautstärke eines Tons ist umso höher, je größer die Amplitude (maximale Auslenkung) der zugehörigen Schwingung ist.
Ein Ton ist umso höher, je höher die Frequenz (Anzahl der Schwingungen pro Sekunde) der zugehörigen Schwingung ist.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Schwingung, die den Ton mit der höchsten Lautstärke erzeugt, wird durch die Funktion _____①_____ beschrieben;
die Schwingung, die den tiefsten Ton erzeugt, wird durch die Funktion _____②_____ beschrieben.

①	
f	☐
g	☐
h	☐

②	
f	☐
g	☐
h	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 13

Körpermasse eines Babys

Die Körpermasse von Babys in den ersten 6 Lebenswochen kann näherungsweise mithilfe der Funktion $G: [0; 6] \to \mathbb{R}$ mit $G(t) = G_0 + 190 \cdot t$ modelliert werden.

t ... Zeit nach der Geburt in Wochen
$G(t)$ ... Körpermasse eines Babys zur Zeit t in g
G_0 ... Körpermasse eines Babys bei der Geburt in g

Nora hat bei ihrer Geburt eine Körpermasse von 3200 g.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie mithilfe der Funktion G die relative Änderung der Körpermasse von Nora von der Geburt bis 6 Wochen nach der Geburt in Prozent.

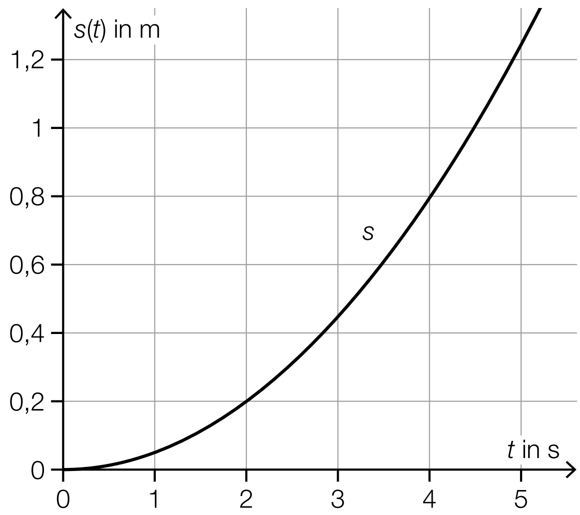
___________________ %

[0/1 P.]

Aufgabe 14

Mittlere Geschwindigkeit

Gegeben ist der Graph der Zeit-Weg-Funktion *s* eines bewegten Körpers. Die Zeit *t* wird in Sekunden und der Weg *s*(*t*) in Metern angegeben.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Zeitpunkt t_1 so, dass die mittlere Geschwindigkeit des Körpers in den Intervallen [0; 4] und [1; t_1] jeweils gleich hoch ist.

t_1 = ____________________ Sekunden

[0/1 P.]

Aufgabe 15

Regeln des Differenzierens

Gegeben sind die zwei differenzierbaren Funktionen f und g und die positive reelle Zahl a.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Funktionen an, die auf jeden Fall mit $(a^2 \cdot (f + g))'$ übereinstimmen.
[2 aus 5]

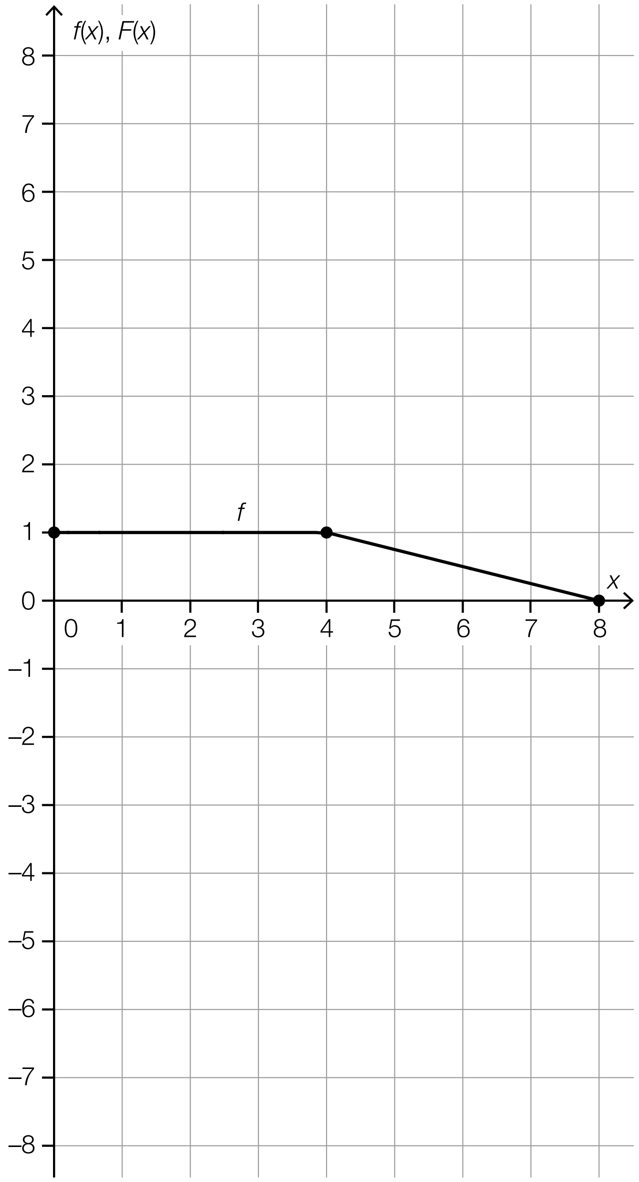
$2 \cdot a \cdot f' + 2 \cdot a \cdot g'$	☐
$a^2 \cdot f' + a^2 \cdot g'$	☐
$2 \cdot a \cdot (f + g)'$	☐
$a^2 \cdot (f + g)'$	☐
$f' + g'$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 16

Stammfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der reellen Funktion $f\colon [0; 8] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x)$.
Die Funktion F mit $F(0) = 0$ ist eine Stammfunktion von f. Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen von F im Intervall [0; 8] unter Verwendung der Funktionswerte $F(0)$, $F(4)$ und $F(8)$.

[0 / ½ / 1 P.]

Aufgabe 17

Polynomfunktion dritten Grades

Vom Graphen einer Polynomfunktion dritten Grades f sind der Tiefpunkt $T = (-1 | 2)$ sowie der Hochpunkt $H = (1 | 4)$ bekannt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Die Funktion f ist im Intervall (1; 3) streng monoton fallend.	☐
Die Funktion f weist im Intervall (–1; 1) einen Monotoniewechsel auf.	☐
Die Funktion f ist im Intervall (–3; 1) streng monoton fallend.	☐
Die Funktion f ist im Intervall (–1; 1) durchgehend rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt).	☐
Die Funktion f weist im Intervall (0; 2) einen Monotoniewechsel auf.	☐

[0/1 P.]

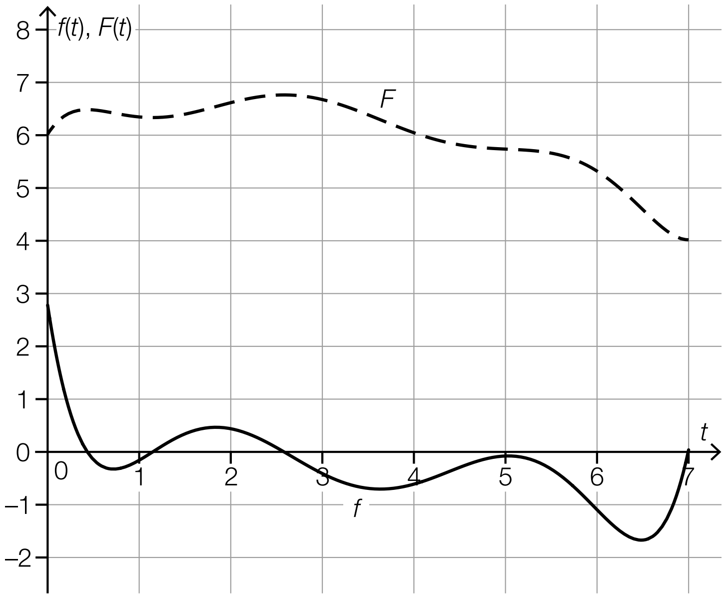
Aufgabe 18

Gartenteich

Die Funktion f beschreibt modellhaft die momentane Änderungsrate des Wasserstands eines bestimmten Gartenteichs in Abhängigkeit von der Zeit t.

t ... Zeit in Tagen
$f(t)$ ... momentane Änderungsrate des Wasserstands zum Zeitpunkt t in mm/Tag

Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f.



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Das Integral $\int_0^7 f(t)\,\mathrm{d}t$ hat den Wert ______①______ und beschreibt die ______②______ des Wasserstands im Zeitintervall [0; 7].

①	
2	☐
–2	☐
0	☐

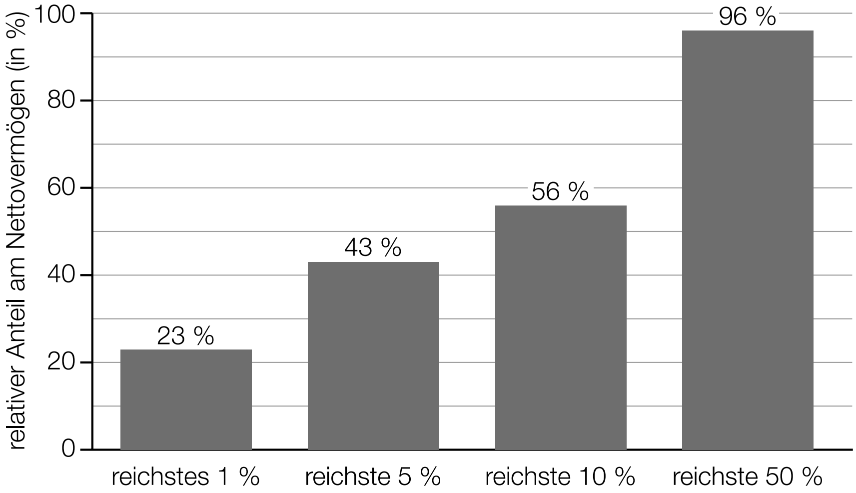
②	
mittlere Änderungsrate	☐
relative Änderung	☐
absolute Änderung	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 19

Vermögensverteilung

Die nachstehende Abbildung zeigt, welche relativen Anteile am österreichischen Nettovermögen die reichsten Teile der Bevölkerung im Jahr 2017 besaßen.



Datenquellen: https://awblog.at/vermoegensverteilung-oesterreich/ [04.05.2020],
https://www.vienna.at/vermoegensverteilung-in-oesterreich-arm-und-reich-wird-meist-vererbt/6468838 [30.05.2020].

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Im Jahr 2017 besaßen die ______①______ der Bevölkerung insgesamt ______②______ des österreichischen Nettovermögens.

①	
ärmsten 50 %	☐
reichsten 6 %	☐
ärmsten 95 %	☐

②	
43 %	☐
mehr als 60 %	☐
4 %	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 20

Durchschnittseinkommen

Von allen Beschäftigten eines bestimmten Unternehmens arbeiten 40 % im Vertrieb und 52 % in der Produktion. Die übrigen Beschäftigten arbeiten in der Verwaltung.

Die nachstehende Tabelle gibt Auskunft über die durchschnittlichen Nettojahreseinkommen im Jahr 2018.

	durchschnittliches Nettojahreseinkommen 2018 pro Person (in Euro)
Vertrieb	26 376
Produktion	28 511
Verwaltung	23 427

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie für dieses Unternehmen das durchschnittliche Nettojahreseinkommen pro Person im Jahr 2018.

[0/1 P.]

Aufgabe 21

Neugeborene

In der nachstehenden Tabelle ist die Anzahl der Neugeborenen in Österreich hinsichtlich ihres Geburtsgewichts (Masse unmittelbar nach der Geburt) für das Jahr 2018 angegeben.

Geburtsgewicht	Anzahl der Neugeborenen
weniger als 2 500 g	5 282
mindestens 2 500 g und weniger als 3 500 g	47 152
mindestens 3 500 g	32 370

Datenquelle: https://www.statistik.at/wcm/idc/idcplg?IdcService=GET_PDF_FILE&RevisionSelectionMethod=LatestReleased&dDocName=110630 [10.04.2020].

Bei einem Geburtsgewicht von weniger als 2 500 g wird ein Neugeborenes als „untergewichtig“ eingestuft.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie für das Jahr 2018 den relativen Anteil der Neugeborenen in Österreich, die als „untergewichtig“ eingestuft worden sind.

[0/1 P.]

Aufgabe 22

Sportwettbewerb

An einem Sportwettbewerb nehmen 20 Personen teil. Diese werden in Gruppen eingeteilt.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie $\binom{20}{4} = 4\,845$ im gegebenen Sachzusammenhang.

[0/1 P.]

Aufgabe 23

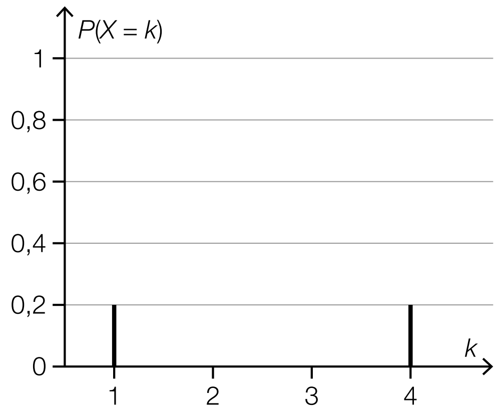
Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen

Gegeben ist die Zufallsvariable X, die nur 1, 2, 3 oder 4 als Wert annehmen kann.

Es gilt: $P(X = 2)$ ist doppelt so groß wie $P(X = 1)$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X die fehlenden Werte $P(X = 2)$ und $P(X = 3)$ ein.



[0/1 P.]

Aufgabe 24

Binomialverteilte Zufallsvariable

Bei einem bestimmten Zufallsversuch tritt entweder „Erfolg“ oder „Misserfolg“ ein. Dieser Zufallsversuch wird 30-mal durchgeführt. Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt an, wie oft dabei „Erfolg“ eintritt. Für den Erwartungswert gilt: $E(X) = 12$.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(18 \leq X \leq 20)$.

$P(18 \leq X \leq 20) =$ ____

[0/1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Fahrradtour

Aufgabenstellung:

a) Bettina macht eine 2-stündige Fahrradtour. Ihre Geschwindigkeit kann dabei näherungsweise durch die Funktion v beschrieben werden.

$v(t) = -0{,}08 \cdot t^2 + 16 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 2$

t ... Zeit in h mit $t = 0$ für den Beginn der Fahrradtour
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in km/h

1) Berechnen Sie die Zeitdauer, die Bettina für die ersten 10 km dieser Fahrradtour benötigt. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Beschleunigung zum Zeitpunkt $t = 1$. Geben Sie auch die zugehörige Einheit an. *[0/½/1 P.]*

b) Der empfohlene Reifendruck eines Fahrradreifens sinkt mit zunehmender Breite des Reifens. Für einen empfohlenen Reifendruck von 2 bar bis 9 bar kann der empfohlene Reifendruck näherungsweise durch die Funktion p beschrieben werden.

$p(x) = 19{,}1 \cdot e^{-0{,}0376 \cdot x}$

x ... Breite des Reifens in mm
$p(x)$ ... empfohlener Reifendruck bei der Breite x in bar

1) Ermitteln Sie das größtmögliche Intervall für die Breite des Reifens, für das sich ein empfohlener Reifendruck von 2 bar bis 9 bar ergibt. *[0/1 P.]*

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung unter Angabe der zugehörigen Einheiten im gegebenen Sachzusammenhang.
$p(30) - p(20) \approx -2{,}8$ *[0/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Biathlon

Biathlon ist eine Wintersportart, die Skilanglauf und Schießen kombiniert.

Bei einem bestimmten Wettbewerb müssen drei Runden zu je 2500 m absolviert werden.
Dabei gilt:

- Nach der ersten und nach der zweiten absolvierten Runde findet jeweils ein Schießen statt. Bei jedem Schießen werden fünf Schüsse abgegeben.
- Für jeden Fehlschuss muss eine 150 m lange Strafrunde absolviert werden, wodurch es zu einem Zeitverlust kommt.

Quelle: https://www.sport1.de/wintersport/biathlon/2018/11/biathlon-im-ueberblick-regeln-disziplinen-wissenswertes [15.04.2021].

Aufgabenstellung:

a) Lisa absolviert die drei Runden mit folgenden durchschnittlichen Geschwindigkeiten (v_1, v_2, v_3 in m/s):

- v_1 für die erste Runde
- v_2 für die zweite Runde
- v_3 für die dritte Runde

Für das Schießen benötigt Lisa jeweils die Zeitdauer t^* (t^* in s).
Nach der ersten absolvierten Runde macht sie beim Schießen keinen Fehler.
Nach der zweiten absolvierten Runde macht sie beim Schießen genau 2 Fehler.
Die 2 Strafrunden absolviert sie mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von v_S (v_S in m/s).

Unter der Laufzeit b (b in s) versteht man diejenige Zeit, die Lisa insgesamt für die absolvierten Runden inklusive Strafrunden und für das Schießen benötigt.

1) Stellen Sie mithilfe von v_1, v_2, v_3, t^* und v_S eine Formel zur Berechnung von b auf.

$b =$ ______________________________ *[0/1 P.]*

b) Die Geschwindigkeit von Hanna in der ersten Runde kann modellhaft durch die Funktion $v\colon [0; 440] \to \mathbb{R},\ t \mapsto v(t)$ beschrieben werden (t in s, $v(t)$ in m/s).

1) Interpretieren Sie $\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t)\,\mathrm{d}t$ mit $T \in (0\text{ s}; 440\text{ s}]$ im gegebenen Sachzusammenhang.

[0/1 P.]

Es gibt genau zwei Zeitpunkte $t_1, t_2 \in (0\text{ s}; 440\text{ s})$ mit $t_1 < t_2$, für die gilt:
$v'(t_1) = 0$ und $v''(t_1) < 0$
$v'(t_2) = 0$ und $v''(t_2) < 0$

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Zeitpunkte t_1 und t_2 sind ___①___ der Funktion v und der Wert von $\frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$ entspricht dabei der ___②___ im Zeitintervall $[t_1; t_2]$. [0/½/1 P.]

①	
lokale Minimumstellen	☐
lokale Maximumstellen	☐
Wendestellen	☐

②	
durchschnittlichen Geschwindigkeit	☐
Länge der zurückgelegten Strecke	☐
durchschnittlichen Beschleunigung	☐

c) Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Treffer von Daria beim Schießen an und wird als binomialverteilt angenommen. Bei jedem der 5 Schüsse ist p die Trefferwahrscheinlichkeit.

1) Stellen Sie unter Verwendung von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$P(X \geq 4) =$ ______________________________ [0/1 P.]

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Weltbevölkerung

In der nachstehenden Tabelle ist für bestimmte Kalenderjahre die Schätzung der Weltbevölkerung (jeweils zur Jahresmitte) angegeben.

Kalenderjahr	Weltbevölkerung in Milliarden
1850	1,260
1900	1,650
1950	2,536
1960	3,030
1970	3,700
1990	5,327
2000	6,140
2010	6,957
2020	7,790

Datenquellen: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1694/umfrage/entwicklung-der-weltbevoelkerungszahl/,
https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/bevoelkerung/internationale_uebersich/036446.html
[17.05.2020].

Aufgabenstellung:

a) Im Zeitraum von 1850 bis 1950 hat sich die Weltbevölkerung annähernd verdoppelt. Nehmen Sie für diesen Zeitraum an, dass die Weltbevölkerung jährlich um den gleichen Prozentsatz gewachsen ist.

1) Berechnen Sie diesen Prozentsatz. *[0/1 P.]*

b) Ab 1970 kann die Entwicklung der Weltbevölkerung näherungsweise durch eine lineare Funktion f beschrieben werden.

1) Stellen Sie mithilfe der Werte für die Weltbevölkerung der Kalenderjahre 1970 und 2000 eine Funktionsgleichung von f in Abhängigkeit von der Zeit t auf (t in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1970, $f(t)$ in Milliarden). *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent der mithilfe von f ermittelte Wert für das Kalenderjahr 2020 vom in der obigen Tabelle angegebenen Wert abweicht. *[0/1 P.]*

c) In einem anderen Modell wird die Entwicklung der Weltbevölkerung ab 1970 durch die Funktion g modelliert.

$$g(t) = 3{,}7 \cdot e^{-0{,}0001 \cdot t^2 + 0{,}02 \cdot t}$$

t ... Zeit ab 1970 in Jahren
$g(t)$ ... Weltbevölkerung zur Zeit t in Milliarden

Gemäß diesem Modell wird die Weltbevölkerung zunächst zunehmen und in weiterer Folge abnehmen.

1) Ermitteln Sie mithilfe der Funktion g das Maximum der Weltbevölkerung und das Kalenderjahr, in dem dies gemäß dem Modell eintreten soll.

Maximum der Weltbevölkerung: rund ____________________ Milliarden

Kalenderjahr: ____________________ *[0/½/1 P.]*

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

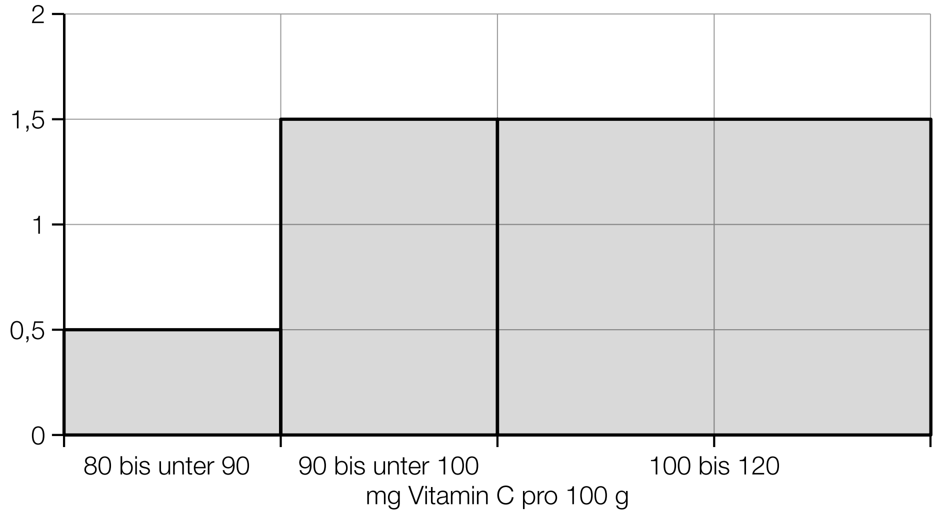
Vitamin C

Vitamin C erfüllt viele wichtige Aufgaben im menschlichen Körper.

Aufgabenstellung:

a) Brokkoli enthält durchschnittlich 100 mg Vitamin C pro 100 g.

Bei einem Gemüsegroßhändler wird eine Zufallsstichprobe von 50 Portionen frischem Brokkoli entnommen und für jede Portion der Vitamin-C-Gehalt pro 100 g gemessen.
Der Flächeninhalt eines Rechtecks im nachstehenden Histogramm entspricht der absoluten Häufigkeit der Portionen dieser Stichprobe im jeweiligen Bereich.



1) Ermitteln Sie die Anzahl der Portionen in der Zufallsstichprobe, die 100 mg bis 120 mg Vitamin C pro 100 g aufweisen. *[0/1 P.]*

Von der Zufallsstichprobe werden 3 Portionen ohne Zurücklegen entnommen.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 dieser Portionen 100 mg bis 120 mg Vitamin C pro 100 g aufweisen. *[0/1 P.]*

b) Ein Getränkehersteller möchte Fruchtsaft so in Flaschen abfüllen, dass jede Flasche 100 mg Vitamin C enthält.

Es stehen zur Verfügung:

- Birnensaft mit 20 mg Vitamin C pro 100 ml
- Orangensaft mit 35 mg Vitamin C pro 100 ml
- Mischungen aus diesen beiden Säften

Emine behauptet, dass der Vitamin-C-Gehalt von 100 mg bei Flaschen mit einem Fassungsvermögen von 250 ml nicht erreicht werden kann.

1) Begründen Sie, warum Emines Behauptung richtig ist. *[0/1 P.]*

Die zur Verfügung stehenden Fruchtsäfte werden so gemischt, dass 350 ml Saft genau 100 mg Vitamin C enthalten.

2) Ermitteln Sie, wie viele Milliliter Birnensaft mit wie vielen Millilitern Orangensaft dafür gemischt werden müssen. *[0/1 P.]*