

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

16. September 2020

Mathematik

Korrekturheft

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin/des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin/des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Zwei Beurteilungswege

- 1) Wenn **mindestens 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 A-Punkte aus Teil 2) erreicht wurden, gilt der folgende Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	16–23,5 Punkte
Befriedigend	24–32,5 Punkte
Gut	33–40,5 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

- 2) Wenn **weniger als 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 A-Punkte aus Teil 2) erreicht wurden, aber **insgesamt 24 Punkte oder mehr** (aus Teil-1- und Teil-2-Aufgaben), gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	24–28,5 Punkte
Befriedigend	29–35,5 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn im Teil 1 unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Punkte und insgesamt weniger als 24 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf <https://ablauf.srdp.at> gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden. Ausschließlich bei ausgewiesenen Aufgaben (Kennzeichnung durch: $[0/1/2/1 \text{ Punkt}]$) können für Teilleistungen halbe Punkte vergeben werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
 - a. Bei offenen Aufgabenformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Die dabei fokussierte Grundkompetenz wird im Korrekturheft ausgewiesen. Punkte sind zu vergeben, wenn die Bearbeitung zeigt, dass die fokussierte Grundkompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
 - b. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
 - c. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - d. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten die richtige Lösung ohne Angabe von Zwischenschritten angeführt, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - e. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - f. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - g. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Rechenoperationen

Lösungserwartung:

$a + b$	<input checked="" type="checkbox"/>
$a \cdot b$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Ausdrücke angekreuzt sind.

Aufgabe 2

Wirkstoff

Lösungserwartung:

Es gelangen 255 Milligramm des Wirkstoffs in Martins Blutkreislauf.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 3

Bewegung eines Körpers

Lösungserwartung:

mögliche Interpretation:

Die Lösung der Gleichung gibt die Zeit (in s) an, die der Körper für diese Bewegung benötigt.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine richtige Interpretation, wobei die Einheit „s“ nicht angeführt sein muss.

Grundkompetenz: AG 2.2

Aufgabe 4

Vektoren

Lösungserwartung:

\overrightarrow{PQ}	E
\overrightarrow{PR}	A
\overrightarrow{QR}	C
\overrightarrow{PS}	D

A	$2 \cdot \vec{u} - \vec{v}$
B	$2 \cdot \vec{v} - \vec{u}$
C	$-\vec{v}$
D	$2 \cdot \vec{v} + \vec{u}$
E	$2 \cdot \vec{u}$
F	$2 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jedem der vier Vektoren ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist. Bei zwei oder drei richtigen Zuordnungen ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 5

Geraden in \mathbb{R}^2

Lösungserwartung:

$\vec{n}_g \cdot \vec{n}_h = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\vec{g} = r \cdot \vec{n}_h$ mit $r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Bedingungen angekreuzt sind.

Aufgabe 6

Leiter

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$\cos(\alpha) = \frac{d}{4} \Rightarrow d = 4 \cdot \cos(\alpha)$$

α ... Winkel zwischen der Leiter und dem Boden

d ... Abstand des unteren Endes der Leiter von der Hauswand

Mindestabstand von der Hauswand: ca. 1,04 m

Höchstabstand von der Hauswand: ca. 1,69 m

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

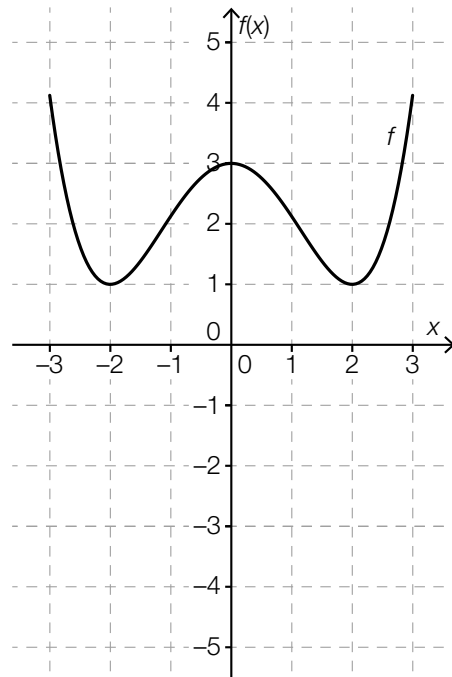
Für die Angabe von nur einem richtigen Wert ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 7

Graph einer Polynomfunktion

Lösungserwartung:

möglicher Graph:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Darstellung des Graphen einer solchen Funktion f , wobei die in der Angabe angeführten Eigenschaften klar erkennbar sein müssen.

Grundkompetenz: FA 1.5

Aufgabe 8

Futterbedarf

Lösungserwartung:

$f(p) = c \cdot p \cdot t$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Gleichung angekreuzt ist.

Aufgabe 9

Potenzfunktion

Lösungserwartung:

$f(2 \cdot x) = \frac{a}{4 \cdot x^2}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(-x) = f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 10

Druck und Volumen eines idealen Gases

Lösungserwartung:

$$p(V) = \frac{200\,000}{V}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 11

Halbwertszeit

Lösungserwartung:

10 mg

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „mg“ nicht angeführt sein muss.

Grundkompetenz: FA 5.5

Aufgabe 12

Wechselstrom

Lösungserwartung:

Maximalwert: 2 A
(kleinste) Periodenlänge: 0,02 s

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.
Für die Angabe von nur einem richtigen Wert ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 13

Differenzenquotient und Differenzialquotient

Lösungserwartung:

Für alle $a \in (0; 1)$ gilt: Je kleiner a ist, desto weniger unterscheidet sich $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0}$ von $f'(0)$.	<input checked="" type="checkbox"/>
Für alle $a \in (2; 3)$ gilt: $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0} > f'(0)$	<input checked="" type="checkbox"/>

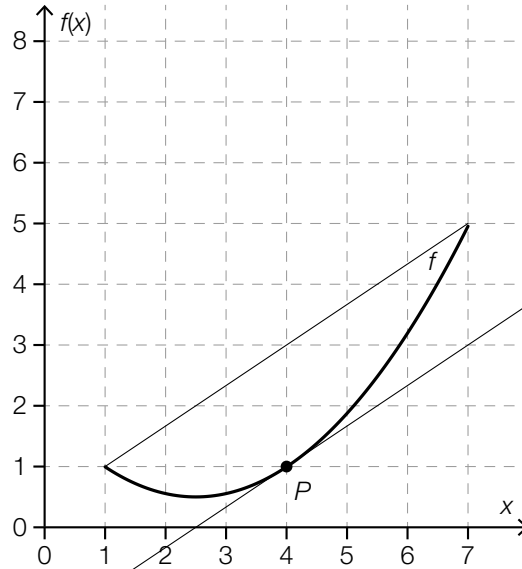
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 14

Änderungsraten

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Ergänzung von P , wobei P ein Punkt auf dem Graphen von f und die x -Koordinate von P im Intervall $[3,5; 4,5]$ sein muss.

Grundkompetenz: AN 1.3

Aufgabe 15

Bakterienkultur

Lösungserwartung:

$N(t + 1) - N(t) = k \cdot N(t)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$N(t + 1) = N(t) \cdot (1 + k)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Gleichungen angekreuzt sind.

Aufgabe 16

Stammfunktion

Lösungserwartung:

Ja, h ist ebenfalls eine Stammfunktion von f .

mögliche Begründungen:

Zwei differenzierbare Funktionen, die sich nur um eine additive Konstante unterscheiden, haben die gleiche Ableitung.

oder:

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $h'(x) = g'(x) = f(x)$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Entscheidung und eine richtige Begründung.

Grundkompetenz: AN 3.1

Aufgabe 17

Polynomfunktion

Lösungserwartung:

Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f'(x_1) = 0$ und $f''(x_1) > 0$.	<input checked="" type="checkbox"/>
Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f'(x_1) > 0$ und $f''(x_1) = 0$.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 18

Geschwindigkeitsfunktion

Lösungserwartung:

mögliche Fragestellung:

Welche Wegstrecke legt der Körper im Zeitintervall von $t_1 = 1$ s bis $t_2 = 5$ s zurück?

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine entsprechende Fragestellung, wobei der Bezug auf die Bewegung des Körpers gegeben sein muss.

Grundkompetenz: AN 4.3

Aufgabe 19

Boxplots von Körpergrößen

Lösungserwartung:

In der 4B sind mehr Schulkinder größer als 160 cm als in der 4A.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Spannweite der Körpergröße ist in der 4A größer als in der 4B.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 20

Schätzwert für eine Wahrscheinlichkeit

Lösungserwartung:

$$p = 19 \%$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 21

Testaufgaben

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$0,2 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,28$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Grundkompetenz: WS 2.3

Aufgabe 22

Binomialkoeffizient

Lösungserwartung:

①	
66	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
2 Schülerinnen dieser Gruppe auszuwählen, die gemeinsam ein Referat halten sollen	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist. Ist nur für eine der beiden Lücken der richtige Satzteil angekreuzt, ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 23

Wurf einer Münze

Lösungserwartung:

Die mit den Parametern n und p binomialverteilte Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Würfe der Münze, bei denen *Kopf* geworfen wird.

$$n = 20$$

$$p = 0,5$$

$$P(X = 12) = \binom{20}{12} \cdot 0,5^{12} \cdot 0,5^8 = 0,120... \approx 0,12$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Grundkompetenz: WS 3.2

Aufgabe 24

Konfidenzintervall

Lösungserwartung:

$$[h - 0,02; h + 0,02]$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Grundkompetenz: WS 4.1

Aufgabe 25 (Teil 2)

Solarthermie-Anlagen

a) Lösungserwartung:

$$a1) s = 2 \cdot l \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - \varepsilon}{2}\right)$$

$$a2) 2 \cdot 1666 \cdot \sin\left(\frac{90^\circ - 14^\circ}{2}\right) = 2051,3... \approx 2051$$

maximaler Wert von s: ca. 2051 mm

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Ausgleichspunkt für eine richtige Formel. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

b) Lösungserwartung:

b1) Mit $P(11,5) = 0$ erhält man den Parameter $a = \frac{20}{23}$.

$$b2) \int_0^{11,5} P(t) dt = 59,9... \approx 60$$

Die an diesem Tag von der Solarthermie-Anlage verrichtete Arbeit beträgt ca. 60 kWh.

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung.

b2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „kWh“ nicht angegeben sein muss.

Aufgabe 26 (Teil 2)

Benzinverbrauch

a) Lösungserwartung:

$$\text{a1) } \frac{B(90) - B(70)}{B(70)} = 0,2138... \approx 21,4 \%$$

$$\text{a2) } B(v_1) \cdot 0,75 = B(40) \\ v_1 = 24,24... \text{ km/h}$$

Lösungsschlüssel:

- a1) Ein Punkt für die richtige Lösung.
a2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

b) Lösungserwartung:

b1) mögliche Vorgehensweise:

$$f(100) = B(100) = 4,40... \\ f(130) = B(130) = 6,60... \\ f(v) = 0,0734... \cdot v - 2,9399...$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$D(v) = B(v) - f(v) \\ D(v) = 0,3 \\ (v_1 = -10,94...) \\ v_2 = 87,08... \\ v_3 = 143,34...$$

Da die Funktion D an der Stelle $v = 114,91... \text{ km/h}$ eine Minimumstelle mit dem Funktionswert $-0,1 > -0,3$ hat, erhält man das Intervall $[87,1 \text{ km/h}; 143,3 \text{ km/h}]$.

Lösungsschlüssel:

- b1) Ein Ausgleichspunkt für einen richtigen Funktionsterm. Äquivalente Funktionsterme sind als richtig zu werten.
b2) Ein Punkt für das richtige Intervall, wobei die Einheit „km/h“ nicht angeführt sein muss.

c) Lösungserwartung:

$$\begin{aligned} \text{c1) } v_{\min} &= 55,73... \text{ km/h} \\ B_{\min} &= 3,03... \text{ L/100 km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c2) } g(v) &= B_{\min} + 2 \\ v_1 &= 20,41... \text{ km/h} \\ v_2 &= 108,67... \text{ km/h} \end{aligned}$$

Bei Geschwindigkeiten von ca. 20,4 km/h und ca. 108,7 km/h ist der Benzinverbrauch bei einem etwas zu niedrigen Reifendruck um 2 L/100 km höher als B_{\min} .

Lösungsschlüssel:

- c1) Ein Punkt für die beiden richtigen Werte.
- c2) Ein Punkt für die beiden richtigen Geschwindigkeiten, wobei die Einheit „km/h“ nicht angeführt sein muss.

Aufgabe 27 (Teil 2)

Bevölkerungswachstum in Afrika

a) Lösungserwartung:

a1) $m = 19$ Jahre

a2) Aufgrund der Annahme, dass in jeder Altersklasse die einzelnen Lebensalter gleich häufig auftreten, sind 4,16 % der afrikanischen Bevölkerung im Kalenderjahr 2018 Männer im Alter von 15 bis 18 Jahren und 4,08 % der afrikanischen Bevölkerung im Kalenderjahr 2018 Frauen im Alter von 15 bis 18 Jahren.

$$7,7 \% + 7,5 \% + 6,9 \% + 6,7 \% + 6,0 \% + 5,8 \% + 4,16 \% + 4,08 \% = 48,84 \%$$

$$1,3 \cdot 10^9 \cdot 0,4884 = 6,3492 \cdot 10^8 \approx 635 \text{ Millionen Menschen}$$

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Punkt für die richtige Lösung.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

b) Lösungserwartung:

b1) Tansania

b2) Niger

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Ausgleichspunkt für die Angabe des richtigen Landes.

b2) Ein Punkt für die Angabe des richtigen Landes.

c) Lösungserwartung:

c1) mögliche Begründungen:

Die (mittleren) jährlichen Wachstumsraten sind im Zeitraum von 1980 bis 2010 annähernd konstant:

1980 bis 1990: ca. 2,6 %

1990 bis 2000: ca. 2,5 %

2000 bis 2010: ca. 2,6 %

oder:

Die prozentuellen Wachstumsraten sind in den 10-Jahres-Zeiträumen von 1980 bis 2010 annähernd konstant:

1980 bis 1990: ca. 30 %

1990 bis 2000: ca. 28 %

2000 bis 2010: ca. 30 %

oder:

Die gegebenen Daten können gut mit einer Exponentialfunktion N mit der Gleichung $N(t) = N_0 \cdot 1,026^t$ beschrieben werden. Die Funktionswerte weichen nur geringfügig von den Tabellenwerten ab.

$$c2) 360 = 122,4 \cdot 1,0262...^t \Rightarrow t = 41,6... \approx 42$$

Unter dieser Annahme wird im Kalenderjahr 2042 die Bevölkerungszahl Nigerias erstmals mehr als 360 Millionen betragen.

Lösungsschlüssel:

c1) Ein Punkt für eine richtige Begründung.

c2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei auch das Kalenderjahr 2041 als richtig zu werten ist.

d) Lösungserwartung:

$$d1) k = \frac{62,4 - 37,5}{65} = 0,3830... \Rightarrow k \approx 0,383 \text{ Lebensjahre pro Kalenderjahr}$$

$$d2) 62,4 + t \cdot 0,3830... = 78,5$$

$$t = 42,028... \approx 42,03$$

Unter dieser Annahme wird im Kalenderjahr 2060 in Afrika die durchschnittliche Lebenserwartung den Wert 78,5 Jahre erreichen.

Lösungsschlüssel:

d1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Lebensjahre pro Kalenderjahr“ nicht angegeben sein muss.

d2) Ein Punkt für die Angabe des richtigen Kalenderjahrs, wobei auch die Kalenderjahre 2058, 2059 und 2061 als richtig zu werten sind.

Aufgabe 28 (Teil 2)

Sicherheitskontrolle

a) Lösungserwartung:

a1)

d	15	30	330
$P(X = d)$	0,9	$0,1 \cdot 0,6 = 0,06$	$0,1 \cdot 0,4 = 0,04$

a2) $E(X) = 15 \cdot 0,9 + 30 \cdot 0,06 + 330 \cdot 0,04 = 28,5$

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Punkt für die Ergänzung der richtigen Werte in der Tabelle.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

b) Lösungserwartung:

b1) $p^2 = 0,1 \Rightarrow p = 0,31622... \approx 0,3162$

b2) Y ... Anzahl der Personen, die einen unzulässigen Gegenstand mit sich führen

Y ist binomialverteilt mit $n = 10$, $p = 0,31622...$

$P(Y \geq 5) = 0,1794... \approx 0,179$

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Grundkompetenz: WS 2.3

b2) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

c) Lösungserwartung:

c1) $A(0) = 0$, $A(45) = 15$, $A'(45) = 0$

$$a = -\frac{1}{135}, \quad b = \frac{2}{3}, \quad c = 0$$

c2) $\int_0^{90} A(t) dt = 900$

Lösungsschlüssel:

c1) Ein Punkt für die Angabe der drei richtigen Werte.

c2) Ein Punkt für die richtige Lösung.