

Name:

Klasse:

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

16. September 2020

Mathematik

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen insgesamt *270 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung auf dem Arbeitspapier an. In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum auf und kann auf Wunsch eingesehen werden.

Das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter sind abzugeben.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalt und dann wieder gewählt.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Bewertung

Die Aufgaben im Teil 1 werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bzw. 0 Punkten, $\frac{1}{2}$ oder 1 Punkt bewertet. Die zu erreichenden Punkte pro Aufgabe sind bei jeder Teil-1-Aufgabe im Aufgabenheft angeführt.

Jede Teilaufgabe im Teil 2 wird mit 0, 1 oder 2 Punkten bewertet. Die mit **A** markierten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

Zwei Beurteilungswege

- 1) Wenn Sie **mindestens 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 **A**-Punkte aus Teil 2) erreicht haben, gilt der folgende Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23,5 Punkte
Befriedigend	24–32,5 Punkte
Gut	33–40,5 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

- 2) Wenn Sie **weniger als 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 **A**-Punkte aus Teil 2) erreicht haben, aber **insgesamt 24 Punkte oder mehr** (aus Teil-1- und Teil-2-Aufgaben) erreicht haben, dann können Sie auf diesem Weg ein „Genügend“ oder „Befriedigend“ erreichen:

Genügend	24–28,5 Punkte
Befriedigend	29–35,5 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn im Teil 1 unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Punkte und insgesamt weniger als 24 Punkte erreicht wurden.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Rechenoperationen

Gegeben sind zwei natürliche Zahlen a und b , wobei gilt: $b \neq 0$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, die auf jeden Fall eine natürliche Zahl als Ergebnis liefern.

$a + b$	<input type="checkbox"/>
$a - b$	<input type="checkbox"/>
$\frac{a}{b}$	<input type="checkbox"/>
$a \cdot b$	<input type="checkbox"/>
$\sqrt[a]{b}$	<input type="checkbox"/>

[0/1 Punkt]

Aufgabe 2

Wirkstoff

Ein bestimmtes Medikament wird in flüssiger Form eingenommen. Es beinhaltet pro Milliliter Flüssigkeit 30 Milligramm eines Wirkstoffs. Martin nimmt 85 Milliliter dieses Medikaments ein. Vom Wirkstoff gelangen 10 % in seinen Blutkreislauf.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, wie viel Milligramm dieses Wirkstoffs in Martins Blutkreislauf gelangen.

Es gelangen _____ Milligramm des Wirkstoffs in Martins Blutkreislauf.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 3

Bewegung eines Körpers

Ein Körper bewegt sich geradlinig mit einer konstanten Geschwindigkeit von 8 m/s und legt dabei 100 m zurück.

Aufgabenstellung:

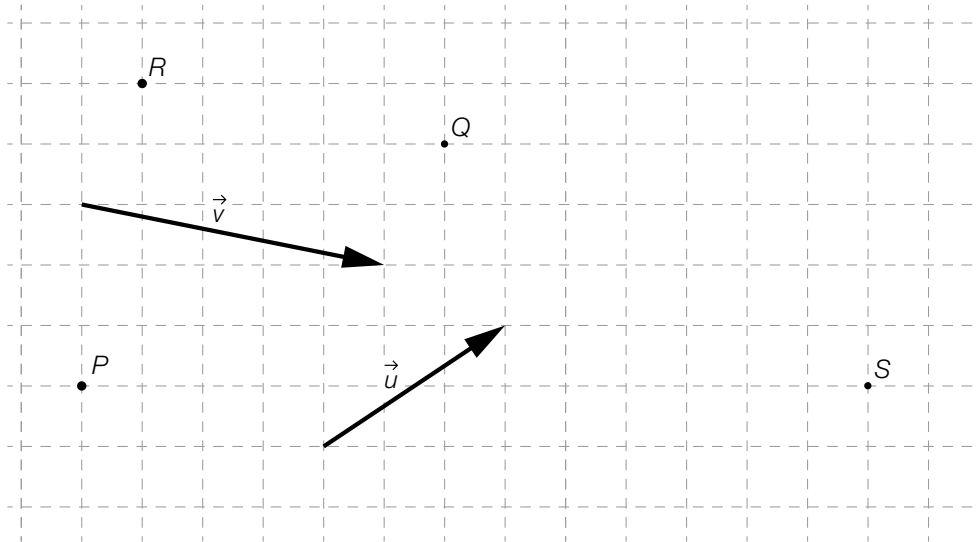
Interpretieren Sie die Lösung der Gleichung $8 \cdot x - 100 = 0$ im gegebenen Kontext.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 4

Vektoren

In der nachstehenden Abbildung sind die vier Punkte P , Q , R und S sowie die zwei Vektoren \vec{u} und \vec{v} dargestellt.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Vektoren jeweils den entsprechenden Ausdruck (aus A bis F) zu.

\vec{PQ}	
\vec{PR}	
\vec{QR}	
\vec{PS}	

A	$2 \cdot \vec{u} - \vec{v}$
B	$2 \cdot \vec{v} - \vec{u}$
C	$-\vec{v}$
D	$2 \cdot \vec{v} + \vec{u}$
E	$2 \cdot \vec{u}$
F	$2 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$

[0/1/2/1 Punkt]

Aufgabe 5

Geraden in \mathbb{R}^2

Für die zwei Geraden g und h in \mathbb{R}^2 gilt:

- Die Gerade g mit dem Richtungsvektor \vec{g} hat den Normalvektor \vec{n}_g .
- Die Gerade h mit dem Richtungsvektor \vec{h} hat den Normalvektor \vec{n}_h .
- Die Geraden g und h stehen normal aufeinander.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Bedingungen an, die auf jeden Fall gelten.

$\vec{n}_g \cdot \vec{h} = 0$	<input type="checkbox"/>
$\vec{n}_g \cdot \vec{n}_h = 0$	<input type="checkbox"/>
$\vec{g} = r \cdot \vec{h}$ mit $r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{g} = r \cdot \vec{n}_h$ mit $r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{g} \cdot \vec{n}_h = 0$	<input type="checkbox"/>

[0/1 Punkt]

Aufgabe 6

Leiter

Eine 4 m lange Leiter wird auf einem waagrechten Boden aufgestellt und an eine senkrechte Hauswand angelegt.

Die Leiter muss mit dem Boden einen Winkel zwischen 65° und 75° einschließen, um einerseits ein Wegkippen und andererseits ein Wegrutschen zu vermeiden.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Mindestabstand und den Höchstabstand des unteren Endes der Leiter von der Hauswand.

Mindestabstand von der Hauswand: _____ m

Höchstabstand von der Hauswand: _____ m

[0/1/2/1 Punkt]

Aufgabe 7

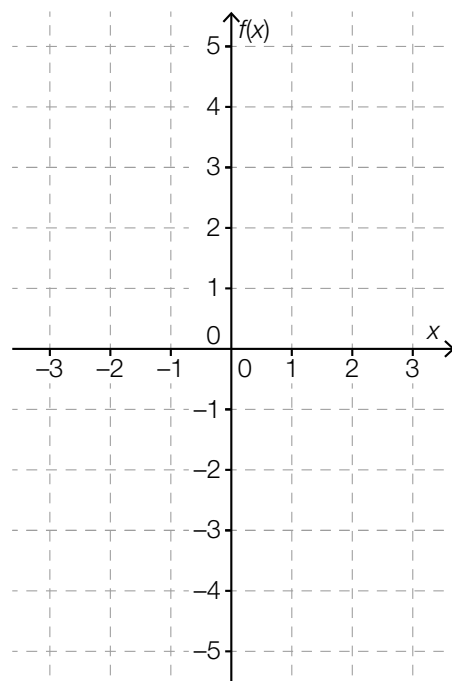
Graph einer Polynomfunktion

Eine Polynomfunktion $f: [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x)$ hat folgende Eigenschaften:

- Der Graph von f ist symmetrisch bezüglich der senkrechten Achse.
- Die Funktion f hat im Punkt $(2 | 1)$ ein lokales Minimum.
- Der Graph von f schneidet die senkrechte Achse im Punkt $(0 | 3)$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen einer solchen Funktion f im Intervall $[-3; 3]$ ein.



[0/1 Punkt]

Aufgabe 8

Futterbedarf

In einem Reitstall werden Pferde für t Tage eingestellt. Der tägliche Futterbedarf jedes dieser Pferde wird als konstant angenommen und mit c bezeichnet.

Die Funktion f beschreibt den gesamten Futterbedarf $f(p)$ für t Tage in Abhängigkeit von der Anzahl p der Pferde in diesem Reitstall.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an.

$f(p) = p + t + c$	<input type="checkbox"/>
$f(p) = c + p \cdot t$	<input type="checkbox"/>
$f(p) = c \cdot \frac{t}{p}$	<input type="checkbox"/>
$f(p) = \frac{c}{p \cdot t}$	<input type="checkbox"/>
$f(p) = c \cdot p \cdot t$	<input type="checkbox"/>
$f(p) = \frac{p \cdot t}{c}$	<input type="checkbox"/>

[0/1 Punkt]

Aufgabe 9

Potenzfunktion

Gegeben ist eine Potenzfunktion $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{a}{x^2}$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf die Funktion f auf jeden Fall zutreffen.

$f\left(\frac{1}{a}\right) = 1$	<input type="checkbox"/>
$f(x+1) = \frac{a}{x^2 - 2 \cdot x + 1}$	<input type="checkbox"/>
$f(2 \cdot x) = \frac{a}{4 \cdot x^2}$	<input type="checkbox"/>
$f(2 \cdot a) = \frac{1}{2 \cdot a}$	<input type="checkbox"/>
$f(-x) = f(x)$	<input type="checkbox"/>

[0/1 Punkt]

Aufgabe 10

Druck und Volumen eines idealen Gases

Bei gleichbleibender Temperatur sind der Druck und das Volumen eines idealen Gases zueinander indirekt proportional. Die Funktion p ordnet dem Volumen V den Druck $p(V)$ zu (V in m^3 , $p(V)$ in Pascal).

Aufgabenstellung:

Geben Sie $p(V)$ mit $V \in \mathbb{R}^+$ an, wenn bei einem Volumen von 4 m^3 der Druck $50\,000$ Pascal beträgt.

$p(V) =$ _____

[0/1 Punkt]

Aufgabe 11

Halbwertszeit

Die Funktion f mit $f(t) = 80 \cdot b^t$ mit $b \in \mathbb{R}^+$ beschreibt die Masse $f(t)$ einer radioaktiven Substanz in Abhängigkeit von der Zeit t (t in h, $f(t)$ in mg). Die Halbwertszeit der radioaktiven Substanz beträgt 4 h.

Eine Messung beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$.

Aufgabenstellung:

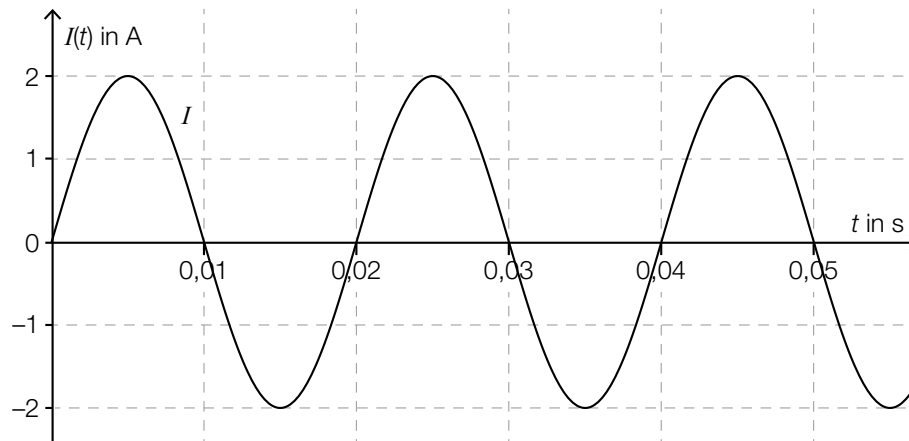
Berechnen Sie diejenige Masse (in mg) der radioaktiven Substanz, die nach den ersten 3 Halbwertszeiten vorhanden ist.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 12

Wechselstrom

Bei sinusförmigem Wechselstrom ändert sich der Wert der Stromstärke periodisch. In der nachstehenden Abbildung ist die Stromstärke $I(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t für einen sinusförmigen Wechselstrom dargestellt (t in s, $I(t)$ in A).



Aufgabenstellung:

Geben Sie den Maximalwert der Stromstärke und die (kleinste) Periodenlänge dieses sinusförmigen Wechselstroms an.

Maximalwert: _____ A

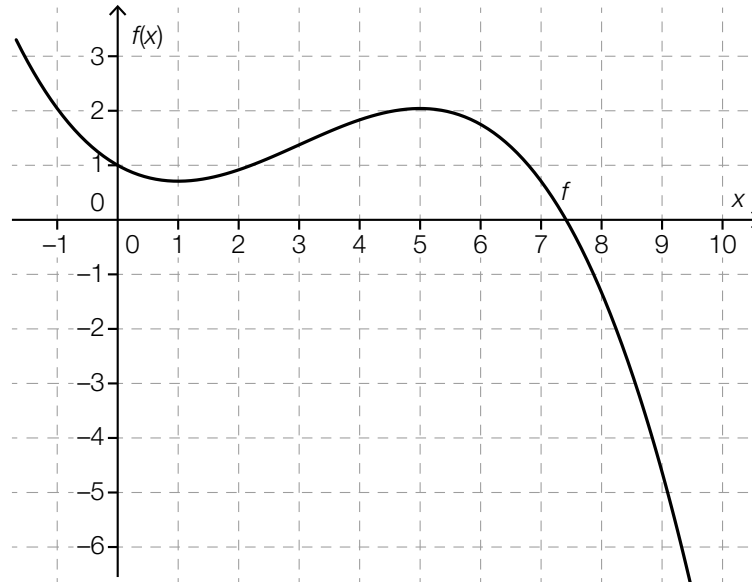
(kleinste) Periodenlänge: _____ s

[0/1/2/1 Punkt]

Aufgabe 13

Differenzenquotient und Differenzialquotient

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades f dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

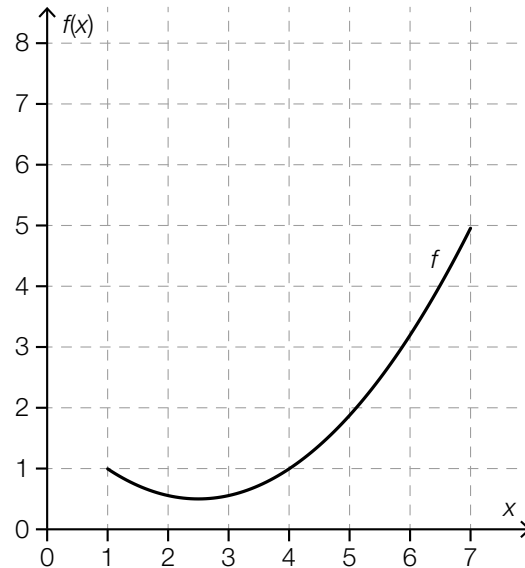
Im Intervall $(0; 2)$ gibt es eine Stelle a , sodass gilt: $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0} = f'(0)$	<input type="checkbox"/>
Im Intervall $(4; 6)$ gibt es eine Stelle a , sodass gilt: $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0} = f'(0)$	<input type="checkbox"/>
Für alle $a \in (0; 1)$ gilt: Je kleiner a ist, desto weniger unterscheidet sich $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0}$ von $f'(0)$.	<input type="checkbox"/>
Für alle $a \in (2; 5)$ gilt: Je größer a ist, desto weniger unterscheidet sich $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0}$ von $f'(0)$.	<input type="checkbox"/>
Für alle $a \in (2; 3)$ gilt: $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0} > f'(0)$	<input type="checkbox"/>

[0/1 Punkt]

Aufgabe 14

Änderungsraten

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion f im Intervall $[1; 7]$ dargestellt.



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Punkt P des Graphen von f ein, in dem für die Funktion f der Differentialquotient dem Differenzenquotienten im Intervall $[1; 7]$ entspricht.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 15

Bakterienkultur

Es wird die Anzahl der Bakterien in einer Bakterienkultur in Abhängigkeit von der Zeit t untersucht. Die Anzahl der Bakterien in dieser Bakterienkultur nimmt jede Minute um den gleichen Prozentsatz zu.

In den unten stehenden Gleichungen ist $N(t)$ die Anzahl der Bakterien in dieser Bakterienkultur zum Zeitpunkt t (in Minuten) und $k \in (0; 1)$ eine reelle Zahl.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an.

$N(t + 1) - N(t) = -k \cdot N(t)$	<input type="checkbox"/>
$N(t + 1) - N(t) = k$	<input type="checkbox"/>
$N(t + 1) - N(t) = k \cdot N(t)$	<input type="checkbox"/>
$N(t + 1) = k \cdot N(t)$	<input type="checkbox"/>
$N(t + 1) = N(t) \cdot (1 + k)$	<input type="checkbox"/>

[0/1 Punkt]

Aufgabe 16

Stammfunktion

Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$.

Die Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x)$ ist eine Stammfunktion von f .

Für eine Funktion $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto h(x)$ und $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ gilt: $h(x) = g(x) + c$.

Aufgabenstellung:

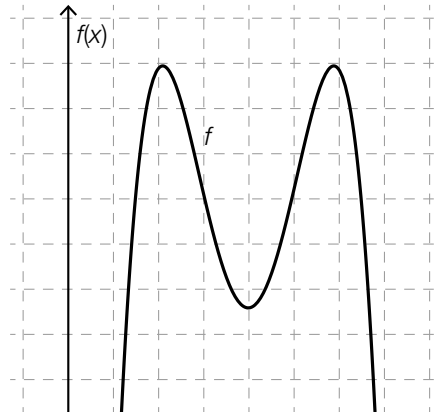
Geben Sie an, ob h ebenfalls eine Stammfunktion von f ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 17

Polynomfunktion

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion 4. Grades $f: x \mapsto f(x)$ dargestellt. Die x -Achse ist nicht eingezeichnet.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die für die dargestellte Polynomfunktion f bei jeder Lage der x -Achse zutreffen.

Es gibt genau zwei Stellen x_1 und x_2 mit $f(x_1) = 0$ und $f(x_2) = 0$.	<input type="checkbox"/>
Es gibt genau zwei Stellen x_1 und x_2 mit $f'(x_1) = 0$ und $f'(x_2) = 0$.	<input type="checkbox"/>
Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f''(x_1) = 0$.	<input type="checkbox"/>
Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f'(x_1) = 0$ und $f''(x_1) > 0$.	<input type="checkbox"/>
Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f'(x_1) > 0$ und $f''(x_1) = 0$.	<input type="checkbox"/>

[0/1 Punkt]

Aufgabe 18

Geschwindigkeitsfunktion

Die Funktion v mit $v(t) = 0,5 \cdot t + 2$ ordnet für einen Körper jedem Zeitpunkt t die Geschwindigkeit $v(t)$ zu (t in s, $v(t)$ in m/s).

Folgende Berechnung wird durchgeführt:

$$\int_1^5 (0,5 \cdot t + 2) dt = 14$$

Aufgabenstellung:

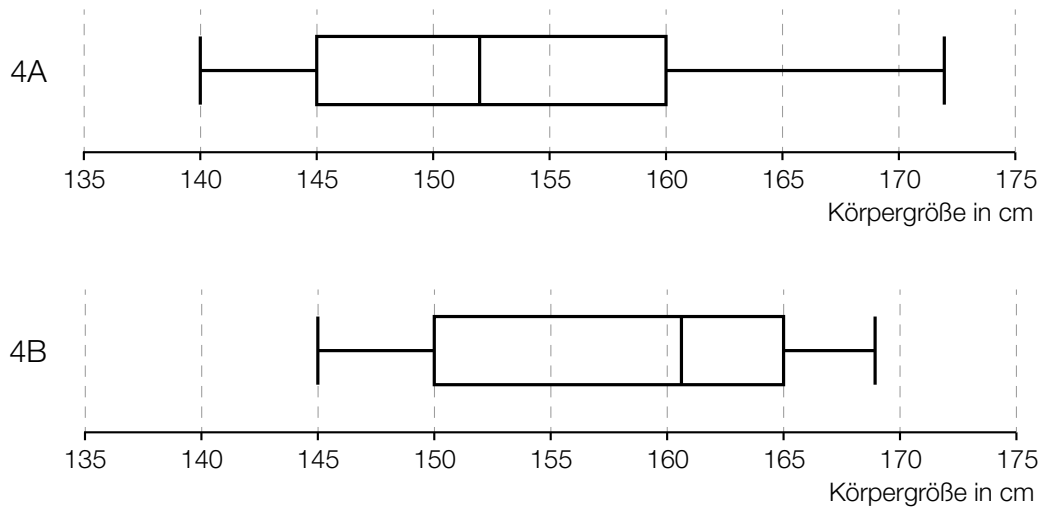
Formulieren Sie mit Bezug auf die Bewegung des Körpers eine Fragestellung, die mit der durchgeführten Berechnung beantwortet werden kann.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 19

Boxplots von Körpergrößen

Die nachstehenden Boxplots (Kastenschaubilder) stellen für zwei Klassen (4A und 4B) die Verteilung der Körpergröße der Schulkinder der jeweiligen Klasse dar. Beide Klassen werden von gleich vielen Schulkindern besucht.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jeden Fall zutreffen.

In der 4A ist mehr als die Hälfte der Schulkinder kleiner als 150 cm.	<input type="checkbox"/>
In der 4B sind mehr Schulkinder größer als 160 cm als in der 4A.	<input type="checkbox"/>
Die Spannweite der Körpergröße ist in der 4A größer als in der 4B.	<input type="checkbox"/>
Das größte Schulkind der beiden Klassen besucht die 4B.	<input type="checkbox"/>
In der 4A ist 160 cm die häufigste Körpergröße.	<input type="checkbox"/>

[0/1 Punkt]

Aufgabe 20

Schätzwert für eine Wahrscheinlichkeit

Bei einem Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 ist eine Ecke beschädigt. Deswegen wird angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit, eine bestimmte Augenzahl zu werfen, nicht für alle Augenzahlen gleich hoch ist.

Jemand hat mit dem Würfel zwei Wurfserien mit jeweils 50 Würfeln durchgeführt und die absoluten Häufigkeiten der auftretenden Augenzahlen aufgezeichnet. In der nachstehenden Tabelle sind diese Aufzeichnungen zusammengefasst.

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit in Wurfserie 1	7	8	7	10	8	10
Häufigkeit in Wurfserie 2	6	9	7	9	10	9

Aufgabenstellung:

Geben Sie anhand der Ergebnisse der beiden Wurfserien einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit p (in %) an, mit diesem Würfel die Augenzahl 6 zu werfen.

$p =$ _____ %

[0/1 Punkt]

Aufgabe 21

Testaufgaben

Für eine internationale Vergleichsstudie wird eine große Anzahl an Testaufgaben erstellt. Erfahrungsgemäß werden in einem ersten Begutachtungsverfahren aus formalen Gründen 20 % der Aufgaben verworfen. Die restlichen Aufgaben durchlaufen ein zweites Begutachtungsverfahren. Erfahrungsgemäß werden dabei aus inhaltlichen Gründen 10 % der Aufgaben verworfen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine erstellte Aufgabe verworfen wird.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 22

Binomialkoeffizient

Eine Gruppe besteht aus 12 Schülerinnen.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Der Binomialkoeffizient $\binom{12}{2}$ hat den Wert ① ; er kann dazu verwendet werden, die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten, ② , zu berechnen.

①	
24	<input type="checkbox"/>
66	<input type="checkbox"/>
144	<input type="checkbox"/>

②	
2 Schülerinnen dieser Gruppe auszuwählen, die gemeinsam ein Referat halten sollen	<input type="checkbox"/>
2 Schülerinnen dieser Gruppe 2 unterschiedliche Preise zu verleihen	<input type="checkbox"/>
die Schülerinnen in 2 Gruppen zu je 6 Schülerinnen einzuteilen	<input type="checkbox"/>

[0/½/1 Punkt]

Aufgabe 23

Wurf einer Münze

Eine Münze zeigt nach einem Wurf entweder *Kopf* oder *Zahl*. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze *Kopf* zeigt, ist bei jedem Wurf genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass sie *Zahl* zeigt. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig. Die Münze wird 20-mal geworfen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesen 20 Würfeln die Münze genau 12-mal *Kopf* zeigt.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 24

Konfidenzintervall

Anhand der relativen Stichprobenhäufigkeit h bei einer repräsentativen Befragung von 500 Personen wurde für den unbekanntem relativen Anteil der Befürworter/innen einer Umfahrungsstraße das 95-%-Konfidenzintervall $[h - 0,04; h + 0,04]$ ermittelt.

Eine zweite repräsentative Befragung von 2000 Personen ergibt die gleiche relative Stichprobenhäufigkeit h .

Aufgabenstellung:

Geben Sie für diese zweite Befragung das um h symmetrische 95-%-Konfidenzintervall für den unbekanntem relativen Anteil der Befürworter/innen der Umfahrungsstraße an.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Solarthermie-Anlagen

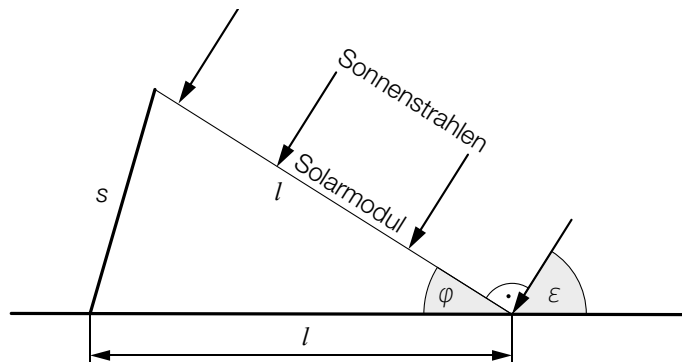
Bei Solarthermie-Anlagen wird die Sonnenstrahlung von sogenannten *Solarmodulen* in Wärme umgewandelt. Diese Wärme kann beispielsweise zur Warmwassererzeugung oder zur Heizung von Gebäuden verwendet werden.

Aufgabenstellung:

- a) Ein Solarmodul einer Solarthermie-Anlage mit der Länge l schließt mit dem waagrechten Erdboden den Winkel φ ein. Dieser Winkel φ wird durch eine Stütze mit variabler Länge s so verändert, dass das Solarmodul mit den Sonnenstrahlen einen rechten Winkel einschließt.

Die Sonnenstrahlen treffen unter dem Winkel ε auf den Erdboden auf.

Die Situation ist in der nachstehenden Abbildung modellhaft dargestellt.



- 1) A Geben Sie eine Formel an, mit der s unter Verwendung von l und ε berechnet werden kann.

$s =$ _____

Das oben abgebildete Solarmodul hat die Länge $l = 1\,666$ mm. Bei diesem Solarmodul nimmt der Winkel ε im Laufe eines bestimmten Tages Werte von 14° bis 65° an.

- 2) Geben Sie den maximalen Wert von s an.

maximaler Wert von s : _____ mm

- b) Die Leistung einer bestimmten Solarthermie-Anlage an einem wolkenfreien Tag wird durch die Funktion P modelliert. Dabei gilt:

$$P(t) = 0,0136 \cdot a^3 \cdot t^4 - 0,272 \cdot a^2 \cdot t^3 + 1,36 \cdot a \cdot t^2$$

t ... Zeit in h, die seit dem Sonnenaufgang ($t = 0$) vergangen ist

$P(t)$... Leistung in kW zur Zeit t

a ... Parameter

Beim Sonnenaufgang und beim Sonnenuntergang beträgt die Leistung der Solarthermie-Anlage 0 kW. Zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang nimmt die Funktion P positive Werte an.

- 1) Ermitteln Sie für diese Solarthermie-Anlage den Wert des Parameters a für einen bestimmten wolkenfreien Tag, an dem die Sonne um 7:08 Uhr aufgeht und um 18:38 Uhr untergeht.

Die Arbeit, die von der Solarthermie-Anlage zwischen den zwei Zeitpunkten t_1 und t_2 verrichtet wird, ist $\int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$.

- 2) Berechnen Sie die an diesem Tag von der Solarthermie-Anlage verrichtete Arbeit (in kWh).

Aufgabe 26 (Teil 2)

Benzinverbrauch

Der Benzinverbrauch eines bestimmten Kleinwagens kann in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit modellhaft durch die Funktion B beschrieben werden.

$$B(v) = 0,000483 \cdot v^2 - 0,0326 \cdot v + 2,1714 + \frac{66}{v} \quad \text{mit } 20 < v < 150$$

v ... Geschwindigkeit in km/h

$B(v)$... Benzinverbrauch in Litern pro 100 km (L/100 km) bei der Geschwindigkeit v

Aufgabenstellung:

- a) 1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Benzinverbrauch bei einer Geschwindigkeit von 90 km/h höher als bei einer Geschwindigkeit von 70 km/h ist.

_____ %

Der Benzinverbrauch bei einer Geschwindigkeit von 40 km/h ist um 25 % geringer als der Benzinverbrauch bei einer Geschwindigkeit v_1 mit $20 < v_1 < 40$.

- 2) Ermitteln Sie die Geschwindigkeit v_1 .

$v_1 =$ _____ km/h

- b) Für hohe Geschwindigkeiten soll die Funktion B durch eine lineare Funktion f mit $f(v) = k \cdot v + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ angenähert werden, sodass gilt:

$$f(100) = B(100)$$

$$f(130) = B(130)$$

- 1) A Ermitteln Sie einen Funktionsterm der Funktion f .

$f(v) =$ _____

Diese Näherung kann verwendet werden, wenn die Abweichung zwischen den Funktionswerten von f und B höchstens 0,3 L/100 km beträgt.

- 2) Geben Sie das größtmögliche Intervall für die Geschwindigkeit an, in dem die Funktion f als Näherung verwendet werden kann.

- c) 1) Ermitteln Sie mithilfe der Funktion B diejenige Geschwindigkeit v_{\min} , bei der der Benzinverbrauch am geringsten ist, sowie den zugehörigen Benzinverbrauch B_{\min} .

$$v_{\min} = \underline{\hspace{4cm}} \text{ km/h}$$

$$B_{\min} = \underline{\hspace{4cm}} \text{ L/100 km}$$

Der Benzinverbrauch hängt auch vom Reifendruck ab.

Die Funktion g beschreibt den Benzinverbrauch in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v bei einem etwas zu niedrigen Reifendruck.

Dabei gilt: $g(v) = 1,02 \cdot B(v)$

- 2) Berechnen Sie mithilfe der Funktion g , bei welchen beiden Geschwindigkeiten der Benzinverbrauch bei einem etwas zu niedrigen Reifendruck um 2 L/100 km höher als B_{\min} ist.

Aufgabe 27 (Teil 2)

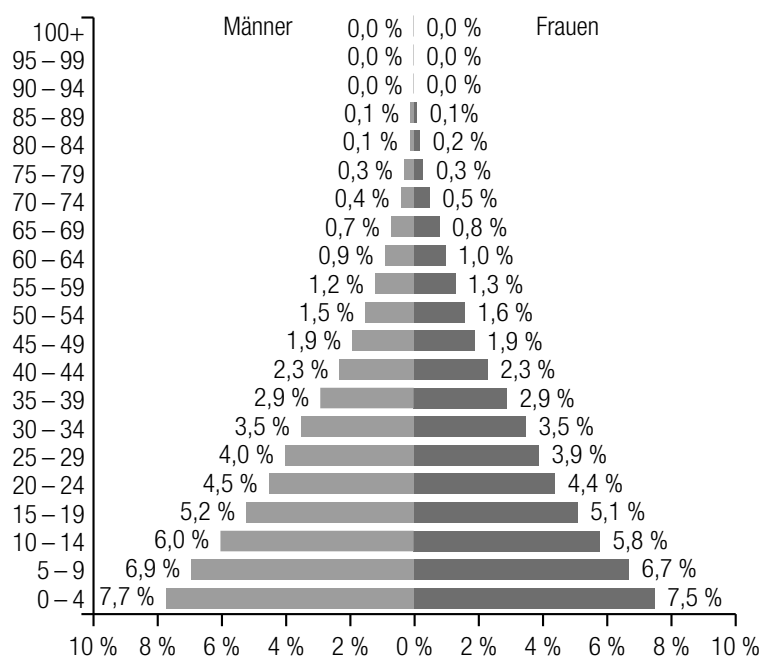
Bevölkerungswachstum in Afrika

Afrika hatte Ende 2018 eine Bevölkerung von ca. 1,3 Milliarden Menschen und verzeichnet derzeit das stärkste Bevölkerungswachstum aller Kontinente.

Aufgabenstellung:

- a) Die nachstehende Abbildung zeigt die Alterspyramide der afrikanischen Bevölkerung im Kalenderjahr 2018.

Der Alterspyramide ist z. B. zu entnehmen, dass im Kalenderjahr 2018 galt: 4,5 % der afrikanischen Bevölkerung sind Männer mit einem Lebensalter von 20 bis 24 Jahren und 4,4 % der afrikanischen Bevölkerung sind Frauen mit einem Lebensalter von 20 bis 24 Jahren. Unter *Lebensalter* versteht man die Anzahl vollendeter Lebensjahre.



Datenquelle: <https://www.populationpyramid.net/de/afrika/2018> [10.05.2019].

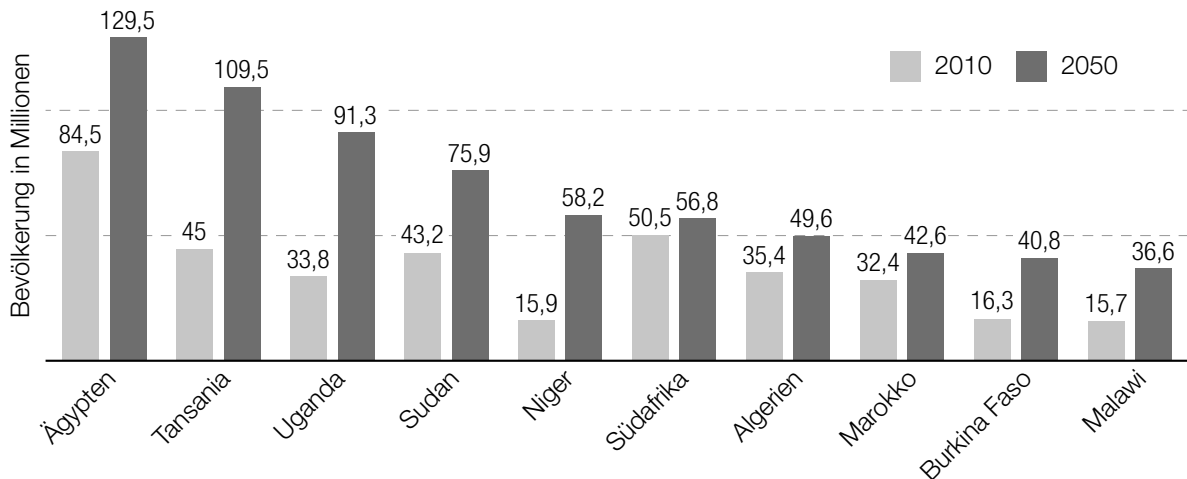
Nehmen Sie modellhaft an, dass in jeder Altersklasse die einzelnen Lebensalter gleich häufig auftreten.

- 1) Bestimmen Sie anhand der Alterspyramide den Median m des Lebensalters der afrikanischen Bevölkerung im Kalenderjahr 2018.

$m =$ _____ Jahre

- 2) Geben Sie die Anzahl an Afrikanerinnen und Afrikanern an, die im Kalenderjahr 2018 jünger als m Jahre waren.

b) Die nachstehende Abbildung zeigt die prognostizierte Bevölkerungsentwicklung (Angaben in Millionen) im Zeitraum von 2010 bis 2050 in ausgewählten afrikanischen Ländern.



Datenquelle: <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/159204/umfrage/prognose-zur-bevoelkerungsentwicklung-in-afrika-bis-2050/> [10.05.2019].

- 1) A Geben Sie von den zehn angeführten Ländern dasjenige Land an, das laut Prognose im Zeitraum von 2010 bis 2050 am stärksten zum absoluten Bevölkerungswachstum in Afrika beitragen wird.
 - 2) Geben Sie von den zehn angeführten Ländern dasjenige Land an, in dem laut Prognose im Zeitraum von 2010 bis 2050 das stärkste relative Bevölkerungswachstum erfolgt.
- c) Die nachstehende Tabelle zeigt die Bevölkerungsentwicklung in Nigeria im Zeitraum von 1980 bis 2010.

Kalenderjahr	1980	1990	2000	2010
Bevölkerungszahl in Millionen	73,5	95,3	122,4	158,6

- 1) Zeigen Sie anhand der Tabelle, dass die Bevölkerungszahl im Zeitraum von 1980 bis 2010 annähernd exponentiell zugenommen hat.

Nehmen Sie an, dass die Bevölkerungszahl von Nigeria weiterhin in dieser Art exponentiell wachsen wird.

- 2) Geben Sie unter Verwendung der Daten aus den beiden Kalenderjahren 2000 und 2010 an, in welchem Kalenderjahr die Bevölkerungszahl Nigerias erstmals mehr als 360 Millionen betragen wird.

- d) Die nachstehende Tabelle zeigt, wie sich die durchschnittliche Lebenserwartung der afrikanischen Bevölkerung seit 1953 entwickelt hat.

Kalenderjahr	durchschnittliche Lebenserwartung in Jahren
1953	37,5
1958	40,0
1963	42,3
1968	44,4
1973	46,6
1978	48,7
1983	50,5
1988	51,7
1993	51,7
1998	52,3
2003	53,7
2008	57,0
2013	60,2
2018	62,4

- 1) Berechnen Sie die mittlere jährliche Zunahme k der durchschnittlichen Lebenserwartung im Zeitraum von 1953 bis 2018.

Es wird angenommen, dass die durchschnittliche Lebenserwartung in Afrika nach dem Kalenderjahr 2018 konstant pro Jahr um den berechneten Wert k zunimmt.

Im Kalenderjahr 2018 betrug die durchschnittliche Lebenserwartung in Europa 78,5 Jahre.

- 2) Geben Sie an, in welchem Kalenderjahr die durchschnittliche Lebenserwartung in Afrika unter dieser Annahme den Wert für Europa im Kalenderjahr 2018 erreichen würde.

Aufgabe 28 (Teil 2)

Sicherheitskontrolle

Beim Einlass in ein bestimmtes Stadion findet bei einer Veranstaltung eine maximal dreistufige Sicherheitskontrolle bei Personen statt, um mitgeführte Gegenstände zu kontrollieren und unzulässige Gegenstände zu erfassen. Liefert die erste Stufe dieser Sicherheitskontrolle kein eindeutiges Ergebnis, dann wird die zweite Stufe der Sicherheitskontrolle durchgeführt. Liegt dann noch immer kein eindeutiges Ergebnis vor, kommt die dritte Stufe der Sicherheitskontrolle zum Einsatz.

Die erste und die zweite Stufe der Sicherheitskontrolle dauern jeweils 15 s, die dritte Stufe dauert 300 s. Ein eindeutiges Ergebnis liefert dabei die erste Stufe mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 %, die zweite Stufe mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 %.

Aufgabenstellung:

a) Die Zufallsvariable X beschreibt die Dauer d (in s) der Sicherheitskontrolle bei einer Person. Wartezeiten, die eventuell auftreten können, werden nicht berücksichtigt.

- 1) Ergänzen Sie in der nachstehenden Tabelle die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X .

d			
$P(X = d)$			

- 2) Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$.

b) Der Wert p gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass eine Person einen unzulässigen Gegenstand mit sich führt. Die Wahrscheinlichkeit, dass von 2 zufällig und unabhängig voneinander ausgewählten Personen beide einen unzulässigen Gegenstand mit sich führen, beträgt 10 %.

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p .

- 2) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 zufällig und unabhängig voneinander ausgewählten Personen mindestens 5 Personen einen unzulässigen Gegenstand mit sich führen.

- c) Die momentane Änderungsrate der Anzahl der Personen im Stadion kann mithilfe der Funktion A mit $A(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $0 \leq t \leq 90$ in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden, wobei zum Zeitpunkt $t = 0$ der Einlass ins Stadion beginnt (t in Minuten, $A(t)$ in Personen pro Minute).

Zum Zeitpunkt $t = 0$ kommt keine Person ins Stadion, 45 min nach Einlassbeginn kommen 15 Personen pro Minute ins Stadion. Zu diesem Zeitpunkt ist die momentane Änderungsrate der Anzahl der ins Stadion kommenden Personen pro Minute am größten.

- 1) Berechnen Sie die Werte von a , b und c .
- 2) Geben Sie die Anzahl der Personen an, die insgesamt bis zum Zeitpunkt $t = 90$ ins Stadion gekommen sind.