Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

AHS

16. Jänner 2015

Mathematik

Teil-2-Aufgaben

Korrekturheft

BM | BF Bundesministerium für Bildung und Frauen

Bundesinstitut bifie

Aufgabe 1

Krippenstein / *five fingers*

a) Lösungserwartung:

$\tan(\alpha) = \frac{750}{2\,160} \Rightarrow \alpha \approx 19{,}15°$ bzw. $\alpha \approx 0{,}3342$ rad

$S' = (750\,|\,1\,350)$

Lösungsschlüssel:

– Ein Ausgleichspunkt für die korrekte Berechnung.
  Lösungsintervall: [19°; 19,2°] bzw. [0,33 rad; 0,335 rad].
– Ein Punkt für die korrekte Berechnung.

b) Lösungserwartung:

$\frac{p(1\,350) - p(2\,100)}{p(1\,350)} \approx 0{,}085 = 8{,}5\ \%$

Die prozentuelle Druckabnahme pro Höhenmeter ist konstant.	☒
Der zur Funktion p gehörige Graph ist streng monoton fallend.	☒
Der zur Funktion p gehörige Graph nähert sich asymptotisch der waagrechten Achse.	☒

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für eine korrekte Berechnung. Lösungsintervall: [0,084; 0,085] bzw. [8,4 %; 8,5 %]. Lösungen aus dem Intervall [–0,085; –0,084] bzw. [–8,5 %; –8,4 %] sind ebenso als richtig zu werten.
– Multiple-Choice-Aufgabe: Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle laut Lösungserwartung richtigen Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

Aufgabe 2

CO_2-Gehalt der Atmosphäre

a) **Lösungserwartung:**

$$K(t) = 310 \cdot \left(\sqrt[30]{\frac{350}{310}}\right)^t$$

oder:

$$K(t) = 310 \cdot 1{,}004^t$$

Die CO_2-Konzentration steigt im beobachteten Zeitraum um ca. 0,4 % pro Jahr.	☒
Für das Jahr 2010 werden nach diesem Wachstumsgesetz ca. 395 ppm prognostiziert.	☒

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für das korrekte Aufstellen von $K(t)$. Toleranzintervall für a: [1,004; 1,0041].
– Multiple-Choice-Aufgabe: Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

b) **Lösungserwartung:**

1800: 280 ppm
1900: 300 ppm

$K(t) = k \cdot t + d$
$300 = k \cdot 100 + 280 \;\Rightarrow\; k = 0{,}2$

$K(t) = 0{,}2 \cdot t + 280$

$K(210) = 322 \text{ ppm} \neq 390 \text{ ppm}$

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für das korrekte Aufstellen von $K(t)$.
– Ein Punkt für einen korrekten Nachweis.

c) Lösungserwartung:

Der Ausdruck besagt, dass im angegebenen Zeitraum der Sauerstoffgehalt um 0,4 Prozentpunkte pro 1 Million Jahre abnimmt.

In den letzten 1 000 Mio. Jahren war der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre meistens niedriger als heute.	☒
In den letzten 600 Mio. Jahren ist der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre nie unter 5 Volumsprozent gefallen.	☒
Vor 200 Mio. Jahren war der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre etwa so groß wie heute.	☒

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung und eine (sinngemäß) korrekte Deutung.
- Multiple-Choice-Aufgabe: Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle laut Lösungserwartung richtigen Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

d) Lösungserwartung:

$y'(t) = 0{,}000384t^2 + 0{,}02688t + 0{,}2304$
$y''(t) = 0{,}000768t + 0{,}02688$

$y'(t) = 0 \Rightarrow t_1 = -60, t_2 = -10$
$y''(-10) > 0 \Rightarrow$ Minimum
$y''(-60) < 0 \Rightarrow$ Maximum bei –60 Mio. Jahren
Vor 60 Millionen Jahren ist ein lokales Maximum des Sauerstoffgehaltes aufgetreten.

Alternative Möglichkeiten des Maximumnachweises:

Es wird nachgewiesen, dass die Ableitungsfunktion $y'(x)$ links vom lokalen Maximum positiv ist und dass sie rechts vom lokalen Maximum negativ ist.

oder:

Es wird nachgewiesen, dass gilt: $y(-60 - a) < y(-60)$ und $y(-60 + a) < y(-60)$ für eine reelle Zahl a.

oder:

Es wird argumentiert, dass bei einer Polynomfunktion dritten Grades mit positiven Koeffizienten die kleinere Nullstelle der ersten Ableitung eine lokale Maximumstelle ist.

oder:

Weil $y(-60) > y(-10)$ und y ein Polynom 3. Grades ist, muss das lokale Maximum bei $t = -60$ liegen.

oder:

Es gilt: $\lim\limits_{t \to -\infty} y(t) = -\infty$; $\lim\limits_{t \to \infty} y(t) = \infty$; $y(-60) \approx 6{,}91$; $y(-10) \approx -1{,}09$.
Deshalb ist bei $t = -60$ ein lokales Maximum des Sauerstoffgehaltes.

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für die korrekte Berechnung der Jahreszahl (es genügt, als Lösung –60 Mio. Jahre anzugeben).
– Ein Punkt für einen (sinngemäß) korrekten Nachweis.

Aufgabe 3

Verkehrsunfälle

a) Lösungserwartung:

Die größte absolute Abnahme fand im Zeitintervall von 1971 bis 1981 statt (–884), die größte relative Abnahme war in den Jahren von 2001 bis 2011 (–0,454 bzw. –45,4 %).

Da für die Berechnung der relativen Abnahme einer Größe auch der Bezugswert entscheidend ist, müssen größte absolute Abnahme und größte relative Abnahme einer Größe oder eines Prozesses nicht im gleichen Zeitintervall stattfinden.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt wird für die korrekten Zeitintervalle und die richtigen Abnahmewerte vergeben. Toleranzintervall für relative Abnahme: [–0,46; –0,45] bzw. [–46 %; –45 %]; die Vorzeichen müssen nicht angegeben sein.
- Ein Punkt wird für eine (sinngemäß) richtige verbale Begründung vergeben. Dabei kann die Begründung auch anhand konkreter Zahlen erfolgen.

b) Lösungserwartung:

$f(t) = -0{,}065t + 3{,}7$

Diese Funktion kann höchstens 57 Jahre, also bis zum Beginn des Jahres 2028, zur Modellbildung herangezogen werden.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt wird für die Angabe eines korrekten Funktionsterms vergeben. (Der Punkt kann auch vergeben werden, wenn eine andere Variable als t verwendet wird.) Toleranzintervall für die ersten Parameter: [–0,08; –0,05].
- Ein Punkt wird für die Angabe der entsprechenden Zeitspanne und/oder des entsprechenden Jahres vergeben. Toleranzintervalle: [51 Jahre; 70 Jahre], [2022; 2042].

c) Lösungserwartung:

Die Anzahl der Unfälle mit Personenschäden nahm durchschnittlich um 607,3 pro Jahr ab.

Anzahl der Unfälle mit Personenschaden pro tausend KFZ:

- 1961: 30 (berechneter Wert liegt bei ≈ 29,9)
- 1971: 23 (berechneter Wert liegt bei ≈ 22,5)

Bezogen auf die Anzahl der zugelassenen KFZ hat die Anzahl der Unfälle mit Personenschaden also tatsächlich abgenommen.

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt wird für die korrekte Angabe der durchschnittlichen jährlichen Abnahme vergeben. Toleranzintervall: [600; 610].
– Ein Punkt wird für das Heranziehen des entsprechenden Datenmaterials und eine korrekte Berechnung vergeben. Die Aussage kann auch anhand der relativen Werte präzisiert werden.

d) Lösungserwartung:

Verkehrsart	Anzahl der Verletzten	Anzahl der Getöteten	Summe
einspuriges KFZ	8 605	85	8 690
PKW	24 853	290	25 143
sonstige	11 567	148	11 715
Summe	45 025	523	45 548

$\frac{(85 + 290)}{45\,548} \approx 0{,}008$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt ca. 0,8 %.

Die Wahrscheinlichkeit, den Unfall zu überleben, wenn man mit einem PKW verunglückt, beträgt 99 %.

Lösungsschlüssel:

– Ein Ausgleichspunkt wird für die richtige Angabe der Wahrscheinlichkeit vergeben. Toleranzintervall: [0,008; 0,0083] bzw. [0,8 %; 0,83 %].
– Ein Punkt wird für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation vergeben.

Aufgabe 4

Atmung

a) Lösungserwartung:

Die Periodenlänge beträgt 4 Sekunden.

Die Periodenlänge gibt die Zeitdauer eines Atemzyklus (= einmal Einatmen und einmal Ausatmen) an.

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für die korrekte Ermittlung der Periodenlänge. Es genügt dabei die Angabe des gesuchten Wertes, eine Rechnung oder Zeichnung ist nicht erforderlich.
– Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung der Periodenlänge.
Zulässig sind auch andere sinngemäß richtige Antworten, die auf den Atemvorgang konkret Bezug nehmen. Ohne konkreten Bezug zum gegebenen Kontext ist die Antwort nicht als korrekt zu werten.

b) Lösungserwartung:

$$\int_0^2 L(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^2 0{,}6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)\mathrm{d}t = \left(-0{,}6 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)\right)\Bigg|_0^2 \approx 0{,}76$$

Durch das bestimmte Integral wird das gesamte Luftvolumen (in Litern) berechnet, das während des Einatmens (in den ersten beiden Sekunden) in die Lunge strömt.

Lösungsschlüssel:

– Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung. Toleranzintervall: [0,76; 0,80]. Die Einheit muss beim Ergebnis nicht zwingend angeführt werden.
– Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.
Zulässig sind auch andere sinngemäß richtige Antworten, die auf den Atemvorgang konkret Bezug nehmen.