Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche
Reife- und Diplomprüfung / Berufsreifeprüfung

BHS / BRP

15. Jänner 2019

Angewandte Mathematik

BAfEP, BASOP

Berufsreifeprüfung Mathematik

BRP

Korrekturheft

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Korrektur- und Beurteilungsanleitung

(Detaillierte Informationen dazu finden Sie im entsprechenden Erlass zur Beurteilung, der auf der Website https://ablauf.srdp.at/ abrufbar ist.)

Kompetenzbereiche

- *Kompetenzbereich A* (**KA**) umfasst die unabhängig[1] erreichbaren Punkte der Komplexitätsstufen 1 und 2 aus dem Kompetenzstufenraster.
- *Kompetenzbereich B* (**KB**) umfasst die abhängig erreichbaren Punkte und die Punkte der Komplexitätsstufen 3 und 4 aus dem Kompetenzstufenraster.

Die Summe der unabhängig erreichbaren Punkte aus den Komplexitätsstufen 1 und 2 (**KA**) stellt die „wesentlichen Bereiche" eines Klausurheftes dar.

Beurteilung

Als Hilfsmittel für die Beurteilung wird ein auf ein Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel angegeben. Je nach gewichteter Schwierigkeit der vergebenen Punkte in den „wesentlichen Bereichen" wird festgelegt, ab wann die „wesentlichen Bereiche überwiegend" (Genügend) erfüllt sind, d. h., gemäß einem Punkteschema müssen Punkte aus dem Kompetenzbereich A unter Einbeziehung von Punkten aus dem Kompetenzbereich B in ausreichender Anzahl abhängig von der Zusammenstellung der Klausurhefte gelöst werden. Darauf aufbauend wird die für die übrigen Notenstufen zu erreichende Punktezahl festgelegt.

Nach der Punkteermittlung soll die Arbeit der Kandidatin / des Kandidaten nochmals ganzheitlich qualitativ betrachtet werden. Unter Zuhilfenahme des Punkteschemas und der ganzheitlichen Betrachtung ist von der Prüferin / vom Prüfer ein verbal begründeter Beurteilungsvorschlag zu erstellen, wobei die Ergebnisse der Kompetenzbereiche A und B in der Argumentation zu verwenden sind.

Beurteilungsschlüssel für die vorliegende Klausur:

44–48 Punkte	Sehr gut
39–43 Punkte	Gut
34–38 Punkte	Befriedigend
23–33 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

[1] Unabhängige Punkte sind solche, für die keine mathematische Vorleistung erbracht werden muss. Als mathematische Vorleistung gilt z. B. das Aufstellen einer Gleichung (unabhängiger Punkt) mit anschließender Berechnung (abhängiger Punkt).

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist nur **ein möglicher** Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen.

2. Der Lösungsschlüssel ist unter Beachtung folgender Vorgangsweisen **verbindlich** anzuwenden:

   a. Punkte sind nur zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung vollständig erfüllt ist.

   b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen bzw. Lösungswege von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen bzw. Lösungswege sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Das heißt zum Beispiel: Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler können vernachlässigt werden, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.

   i. Die Angabe von Einheiten kann bei der Punktevergabe vernachlässigt werden, sofern sie im Lösungsschlüssel nicht explizit eingefordert wird.

Aufgabe 1

Treppenlift

Möglicher Lösungsweg

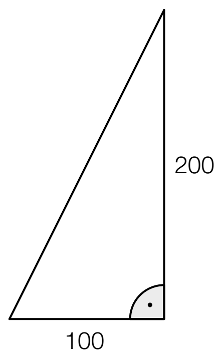
a1) $h : t = 3 : 4 \;\Rightarrow\; h = \frac{3}{4} \cdot t$

$\sqrt{t^2 + h^2} = \sqrt{t^2 + \left(\frac{3}{4} \cdot t\right)^2}$

$l(t) = 11 \cdot \sqrt{t^2 + \left(\frac{3}{4} \cdot t\right)^2}$

t … Stufentiefe in cm
$l(t)$ … Länge der Führungsschiene bei einer Stufentiefe t in cm

b1)



c1) $K_1(t) = 9\,480$
$K_2(t) = 60 \cdot t + 300$

t … Anzahl der Monate
$K_1(t)$, $K_2(t)$ … Gesamtkosten nach t Monaten in Euro

c2) $K_2(120) = 7\,500$
$7\,500 < 9\,480$

Wenn Frau Huber den Treppenlift nur für 10 Jahre benötigt, ist Angebot 2 günstiger.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung (KB)
b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Skizze (KA)
c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der beiden Funktionsgleichungen (KA)
1 × D: für die richtige Überprüfung (KA)

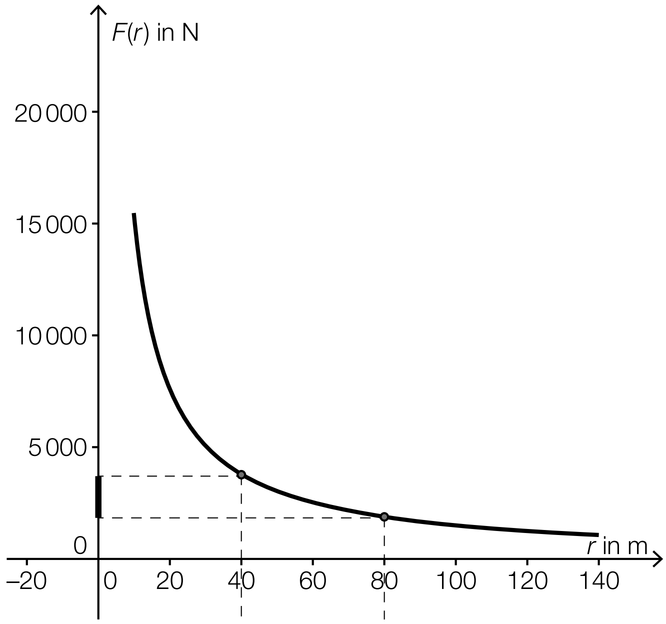
Aufgabe 2

Kurvenfahrt

Möglicher Lösungsweg

a1) $(2 \cdot v)^2 = 4 \cdot v^2$
Das bedeutet: Wenn man mit doppelt so hoher Geschwindigkeit in eine Kurve mit dem Radius r fährt, dann wird F viermal so groß.

b1 und b2)



c1) 18 : 380 = 0,047...
F ist bei einem fast leeren Tank um rund 5 % geringer als bei einem vollen Tank.

Lösungsschlüssel

a) 1 × D: für die richtige Erklärung (KA)
b) 1 × B: für das richtige Erstellen der Grafik (KA)
1 × C: für das richtige Kennzeichnen der Veränderung auf der senkrechten Achse (KB)
c) 1 × B: für die richtige Berechnung (KA)

Aufgabe 3

Münzen

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Möglichkeit, dass die Summe der gezogenen Münzen 3 Euro beträgt, besteht nur, wenn man entweder aus Susis Box 1 Ein-Euro-Münze und aus Markus' Box 1 Zwei-Euro-Münze zieht oder aus Susis Box 1 Zwei-Euro-Münze und aus Markus' Box 1 Ein-Euro-Münze zieht.

a2) $P(S = 1 \text{ und } M = 2) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5}$

$P(S = 2 \text{ und } M = 1) = \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5}$

Die Summe dieser Wahrscheinlichkeiten ist die gesuchte Lösung:

$\frac{9}{40} + \frac{10}{40} = \frac{19}{40} = 47{,}5\ \%$

b1) Berechnung der Wahrscheinlichkeit mithilfe der Binomialverteilung: $n = 10$ und $p = 0{,}5$

$P(X \geq 3) = 0{,}9453... \approx 94{,}5\ \%$

c1) $n = \frac{\ln(0{,}0625)}{\ln(0{,}5)} = 4$

c2) n gibt an, wie oft man die Münze werfen muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 93,75 % mindestens 1-mal „Zahl" geworfen wird.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Angeben der beiden Möglichkeiten (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KB)

b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)

c) 1 × B: für die richtige Berechnung von *n* (KA)
1 × C: für die richtige Interpretation von *n* (KB)

Aufgabe 4

Scheunentor

Möglicher Lösungsweg

a1) Koordinatensystem in der Symmetrieachse:
$y(0) = 3{,}4$: $3{,}4 = b$
$y(2) = 3$: $3 = 4 \cdot a + 3{,}4 \quad \Rightarrow \quad a = -0{,}1$

b1) $A = 2 \cdot \int_0^{2{,}5} (-0{,}08 \cdot x^2 + 4)\,\mathrm{d}x = \frac{115}{6} \approx 19{,}17$

Der Flächeninhalt beträgt rund 19,17 m².

c1) Das Volumen V ist das Produkt aus Flächeninhalt und Dicke: 16 m² = 1 600 dm²;
8 cm = 0,8 dm
$V = 1\,600\text{ dm}^2 \cdot 0{,}8\text{ dm} = 1\,280\text{ dm}^3$
Masse des Scheunentors: $m = 0{,}7\text{ kg/dm}^3 \cdot 1\,280\text{ dm}^3 = 896\text{ kg} = 0{,}896\text{ t}$
Die Masse des Scheunentors beträgt 0,896 t.

Lösungsschlüssel

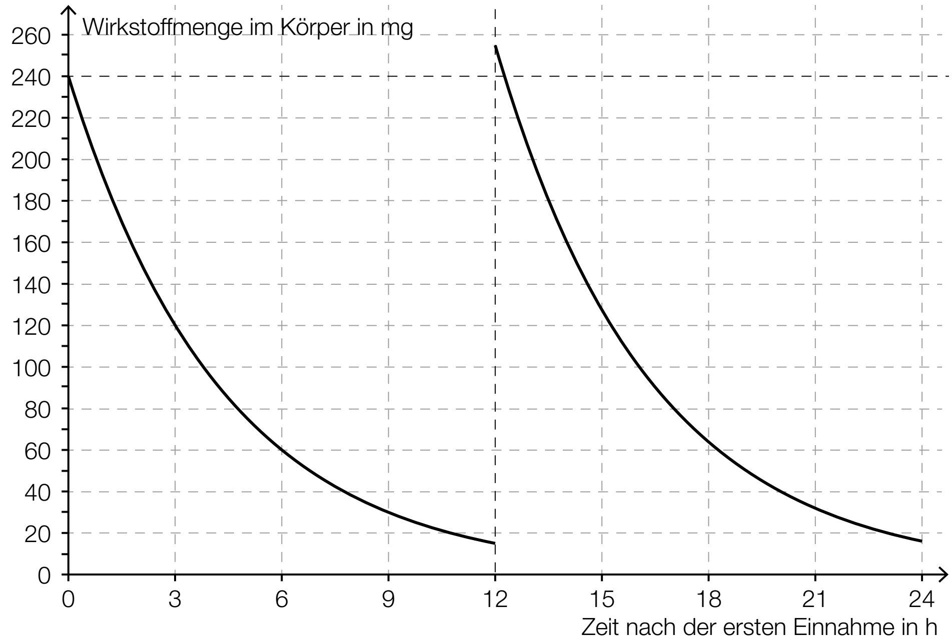
a) 1 × A: für die richtige Berechnung der Koeffizienten (KA)
b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts (KA)
c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Masse in Tonnen (KA)

Aufgabe 5

Medikamentenabbau

Möglicher Lösungsweg

a1)



b1) Bei Verwendung des exponentiellen Modells sinkt die im Körper vorhandene Wirkstoffmenge theoretisch niemals auf null ab. Nach 24 Stunden sind 8 Halbwertszeiten vergangen, d. h., ein Anteil von $\left(\frac{1}{2}\right)^8 > 0$ befindet sich noch im Blut.

c1) Modellierung durch eine Exponentialfunktion mit einer Halbwertszeit von 3 Stunden und einer Startmenge von 480 mg:

$N(t) = N_0 \cdot a^t$

$240 = 480 \cdot a^3$

$a = 0{,}5^{\frac{1}{3}} = 0{,}79370...$

$N(t) = 480 \cdot a^t$

Berechnung des Wirkungszeitraums:

$50 = 480 \cdot a^t$
$t = 9{,}7...$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für die richtige Darstellung im Intervall [0; 12[(KA)
1 × A2: für die richtige Darstellung im Intervall [12; 24[(KB)
b) 1 × D: für die richtige Argumentation (KA)
c) 1 × A: für die richtige Modellierung der Exponentialfunktion (KA)
1 × B: für das richtige Bestimmen des Wirkungszeitraums (KB)

Aufgabe 6

Statistische Verteilung der Körpermassen von 12-Jährigen

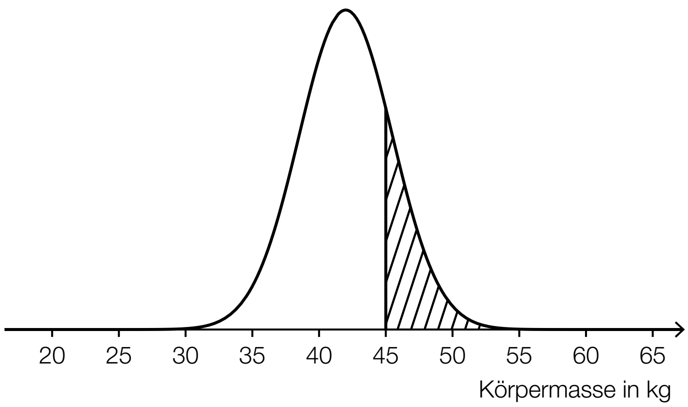
Möglicher Lösungsweg

a1) Median: 41 kg
3. Quartil: 45 kg

a2) Die Behauptung in der Tageszeitung ist falsch, weil 42 kg größer als der Median sind.

b1) Bestimmung der statistischen Kennzahlen mittels Technologieeinsatz:
– arithmetisches Mittel: 43,6 kg
– Median: 39 kg

c1)



c2) Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad [36{,}2 \text{ kg}; 47{,}8 \text{ kg}]$

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für das richtige Ablesen der beiden statistischen Kennzahlen (KA)
1 × D: für die richtige Begründung (KA)
b) 1 × B: für die richtige Bestimmung des arithmetischen Mittels und des Medians (KA)
c) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit in einer Skizze der Dichtefunktion (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Intervalls (KB)

Aufgabe 7 (Teil B)

Bastelarbeit im Kindergarten

Möglicher Lösungsweg

a1) Der Graph der Funktion g ist eine (nach oben offene) quadratische Parabel, also die untere Begrenzungslinie.

oder:

$f(0) = 5$ und $g(0) = 1$

Diese Aufgabenstellung erlaubt vielfältige Lösungsmöglichkeiten.

b1) Volumen einer Packung Modelliermasse in cm³:
$V = 9{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 20 = 475$

Das Volumen einer Packung Modelliermasse beträgt 475 cm³.

b2) Volumen eines modellierten Katzenkopfes in cm³: $V = 2 \cdot \int_{-2}^{2} [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \frac{448}{15} \approx 29{,}87$

Volumen von 24 modellierten Katzenköpfen in cm³: $24 \cdot \frac{448}{15} = 716{,}8$

Da eine Packung 475 cm³ beinhaltet, benötigt man also mindestens 2 Packungen Modelliermasse.

c1) Der Tiefpunkt $(0|1)$ von g kann der Abbildung entnommen werden: $g(0) = 1$.

Berechnung der Maximumstellen von f:
$f'(x) = -2 \cdot x^3 + 3{,}6 \cdot x$

Lösung der Gleichung $f'(x) = 0$:
$x_1 = 0$ (Minimumstelle)
$x_{2,3} = \pm\sqrt{1{,}8}$ (Maximumstellen)

Mindestabmessung in cm: $f(\sqrt{1{,}8}) - g(0) = \frac{281}{50} = 5{,}62$
Die andere Seite der Grundfläche muss mindestens 5,62 cm lang sein.

Lösungsschlüssel

a) 1 × D: für die richtige Argumentation (KA)
b) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Volumens einer Packung Modelliermasse in cm³ (KA)
1 × A: für einen richtigen Ansatz (benötigtes Volumen für einen modellierten Katzenkopf als Produkt aus Inhalt der Querschnittsfläche und Dicke) (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung der Anzahl an Packungen, die mindestens benötigt werden (KB)
c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Mindestabmessung der anderen Seite der Grundfläche (KB)

Aufgabe 8 (Teil B)

Puppenrutsche

Möglicher Lösungsweg

a1) I: $f(0) = 15$
II: $f(24) = 0$
III: $f'(0) = 0$
IV: $f'(24) = 0$

oder:

I: $d = 15$
II: $a \cdot 24^3 + b \cdot 24^2 + c \cdot 24 + d = 0$
III: $c = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 24^2 + 2 \cdot b \cdot 24 + c = 0$

b1) Berechnung der Wendestelle:
Lösen der Gleichung: $g''(x_0) = 0$
$x_0 = 6$ cm

b2) Die 1. Ableitung einer Polynomfunktion 3. Grades ist eine quadratische Funktion. Die Extremstellen der Polynomfunktion 3. Grades entsprechen den Nullstellen der 1. Ableitung. Eine quadratische Funktion hat höchstens 2 Nullstellen. Daher kann die Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen von Gleichung I und II (KA)
1 × A2: für das richtige Aufstellen von Gleichung III und IV (KA)
b) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wendestelle (KB)
1 × D: für die richtige Begründung (KB)

Aufgabe 9 (Teil B)

Tauchgang

Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{1{,}49}{1{,}33}$

$\beta = 30{,}79...° \approx 30{,}8°$

a2) $s = \frac{d}{\cos(\beta)}$

b1) Sinussatz:

$\frac{s}{\sin(\gamma)} = \frac{s'}{\sin(\delta)}$

$(\delta_1 = 62{,}25...°)$
$\delta_2 = 117{,}74...°$

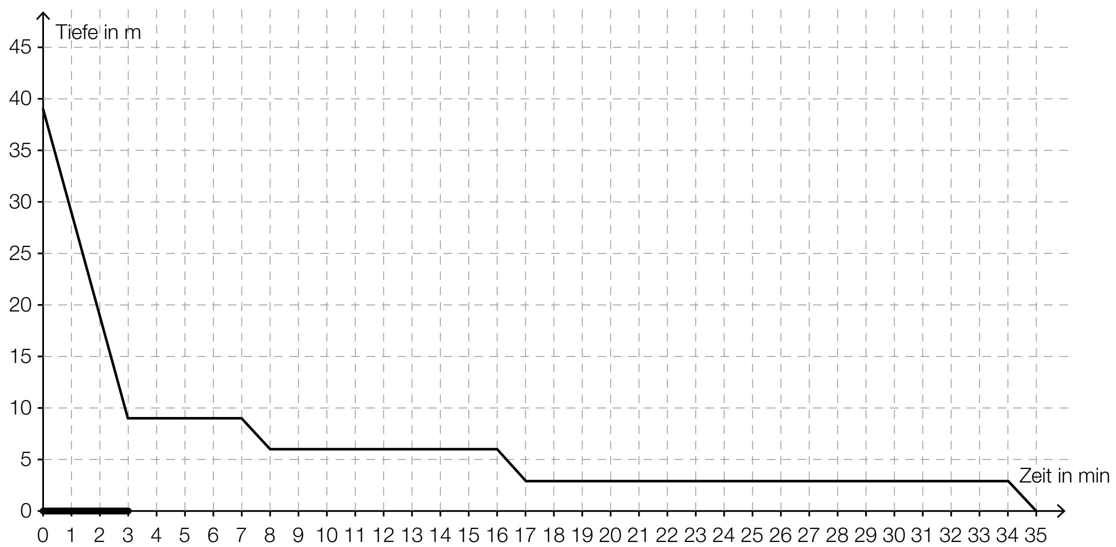
Wird der spitze Winkel nicht erwähnt und nur der stumpfe als Lösung angegeben, so ist dies ebenfalls richtig.

b2) Winkel, den s und s' einschließen: $180° - \delta_2 - \gamma = 5{,}258...° \approx 5{,}26°$

Cosinussatz: $m^2 = s^2 + s'^2 - 2 \cdot s \cdot s' \cdot \cos(5{,}26°)$
$m = \sqrt{s^2 + s'^2 - 2 \cdot s \cdot s' \cdot \cos(5{,}26°)} = 0{,}493...$
$m \approx 0{,}49$ mm

c1) Die waagrechten Abschnitte sind diejenigen Zeitabschnitte, in denen die Taucherin / der Taucher auf gleicher Tiefe bleibt.

c2) Auftauchgeschwindigkeit 10 m/min:



Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung des Winkels β (KA)
   1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel (KA)
b) 1 × B1: für die richtige Berechnung von δ (KA)
   1 × B2: für die richtige Berechnung von m (KB)
c) 1 × C1: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
   1 × C2: für die richtige Markierung des Intervalls (KA)

Aufgabe 10 (Teil B)

Staudamm

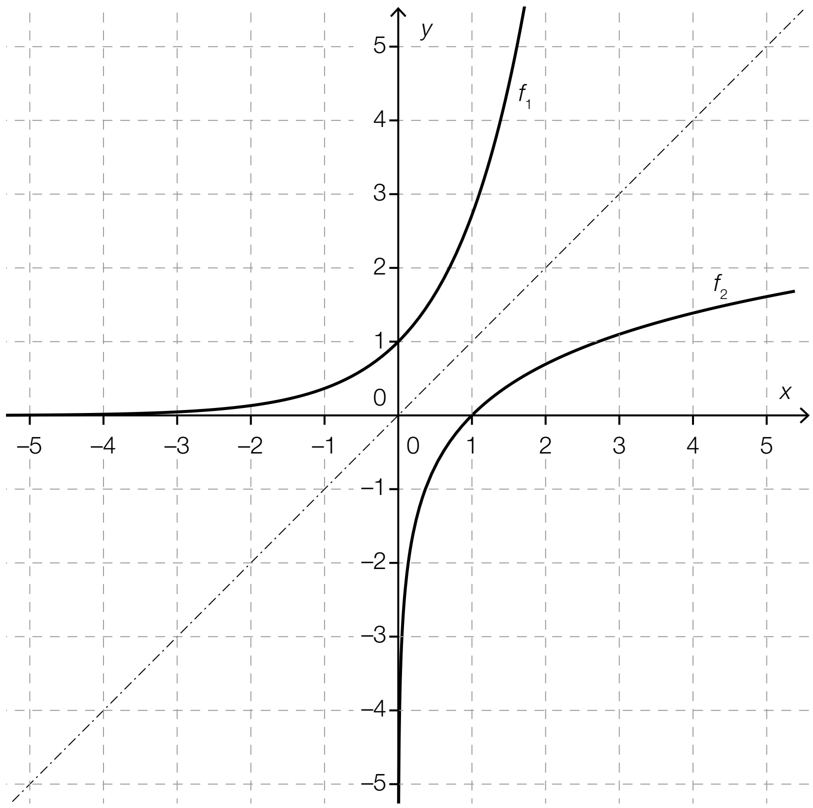
Möglicher Lösungsweg

a1) I: $50 = a + b \cdot \ln(10)$
II: $0 = a + b \cdot \ln(20)$

a2) $25 = 216{,}1 - 72{,}1 \cdot \ln(x) \;\Rightarrow\; x = 14{,}16\ldots \approx 14{,}2$
Die Breite in halber Höhe beträgt rund 14,2 m.

a3) $A = 10 \cdot 50 + \int_{10}^{20} (216{,}1 - 72{,}1 \cdot \ln(x))\,\mathrm{d}x = 722{,}31\ldots \approx 722{,}3$
Der Inhalt der Querschnittsfläche beträgt rund 722,3 m².

b1)



b2) Die Funktionsgraphen liegen symmetrisch zur Geraden $y = x$.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen des Gleichungssystems (KA)
1 × B1: für die richtige Berechnung der Breite in halber Höhe (KA)
1 × A2: für einen richtigen Ansatz zur Berechnung des Inhalts der Querschnittsfläche (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung des Inhalts der Querschnittsfläche (KB)

b) 1 × B: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Umkehrfunktion f_2 (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung zur Bedeutung der Geraden $y = x$ (KB)