

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

5. Mai 2020

Mathematik

Korrekturheft

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin/des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin/des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Zwei Beurteilungswege

1) Wenn **mindestens 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 A-Punkte aus Teil 2) erreicht wurden, gilt der folgende Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	16–23,5 Punkte
Befriedigend	24–32,5 Punkte
Gut	33–40,5 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

2) Wenn **weniger als 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 A-Punkte aus Teil 2) erreicht wurden, aber **insgesamt 24 Punkte oder mehr** (aus Teil-1- und Teil-2-Aufgaben), gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	24–28,5 Punkte
Befriedigend	29–35,5 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn im Teil 1 unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Punkte und insgesamt weniger als 24 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf <https://ablauf.srdp.at> gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden. Ausschließlich bei ausgewiesenen Aufgaben (Kennzeichnung durch: *[0/1/2/1 Punkt]*) können für Teilleistungen halbe Punkte vergeben werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
 - a. Bei offenen Aufgabenformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Die dabei fokussierte Grundkompetenz wird im Korrekturheft ausgewiesen. Punkte sind zu vergeben, wenn die Bearbeitung zeigt, dass die fokussierte Grundkompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
 - b. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
 - c. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - d. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten die richtige Lösung ohne Angabe von Zwischenschritten angeführt, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - e. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - f. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - g. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Zahlen und Zahlenmengen

Lösungserwartung:

$-\sqrt{100}$ ist eine ganze Zahl.	<input checked="" type="checkbox"/>
-4 ist kein Quadrat einer reellen Zahl.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 2

Gewinnaufteilung

Lösungserwartung:

$$x + 1,5 \cdot x + 1,5 \cdot x \cdot 0,8 = 10000$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine richtige Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.

Grundkompetenz: AG 2.2

Aufgabe 3

Delegation

Lösungserwartung:

$J + E \leq 12$	<input checked="" type="checkbox"/>
$J \geq 2 \cdot E$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Ungleichungen angekreuzt sind.

Aufgabe 4

Himmelsrichtungen

Lösungserwartung:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei jeder Vektor $\vec{v} = r \cdot \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}^+$ als richtig zu werten ist.

Aufgabe 5

Skalierung der Koordinatenachsen

Lösungserwartung:

$$a = 1$$

$$b = 2$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

Ist nur einer der angegebenen Werte richtig, ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 6

Bahntrasse

Lösungserwartung:

$$\tan(\alpha) = \frac{30}{1000}$$

Lösungsschlüssel:

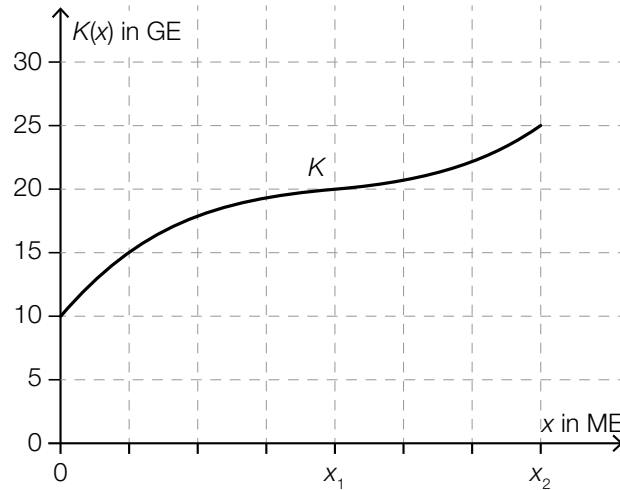
Ein Punkt für eine richtige Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.

Grundkompetenz: AG 4.1

Aufgabe 7

Kostenfunktion

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Darstellung des Graphen einer solchen Funktion K , der folgende Bedingungen erfüllt:

- Er muss im Punkt $(0|10)$ beginnen.
- Er muss im Intervall $[0; x_2]$ streng monoton steigend sein.
- Er muss an der Stelle x_1 eine Wendestelle aufweisen.
- Er muss im Intervall $(0; x_1)$ rechtsgekrümmt und im Intervall $(x_1; x_2)$ linksgekrümmt sein.

Grundkompetenz: FA 1.5

Aufgabe 8

Zug

Lösungserwartung:

①	
$a > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$b > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist. Ist nur für eine der beiden Lücken der richtige Satzteil angekreuzt, ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 9

Lineare Funktion

Lösungserwartung:

$$a = 3$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 10

Weinlese

Lösungserwartung:

$$f(n) = \frac{48}{n} \text{ mit } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 11

Anzahl von Tieren

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$1,018^n = 2$$

$$n = 38,8... \approx 39$$

Zeitdauer: ca. 39 Jahre

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 12

Bewegung auf einem Kreis

Lösungserwartung:

Radius des Kreises: 4 dm

Umlaufzeit: 6 s

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

Ist nur einer der angegebenen Werte richtig, ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 13

Absolute und relative Änderung einer Funktion

Lösungserwartung:

$$A = R \cdot f(a)$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine richtige Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.

Grundkompetenz: AN 1.1

Aufgabe 14

Ölpreis

Lösungserwartung:

mittlere Änderungsrate: 7 Euro pro Barrel Rohöl pro Monat

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Toleranzintervall: [6; 8]

Aufgabe 15

Population

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$R_1 = 60$$

$$R_2 = 1,2 \cdot 60 - 2 = 70$$

$$R_3 = 1,2 \cdot 70 - 2 = 82$$

Die Anzahl der Rehe am Ende des dritten Jahres beträgt 82.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 16

Wachstum einer Pflanze

Lösungserwartung:

$$h(t) = -0,1 \cdot t^3 + 3 \cdot t + 15$$

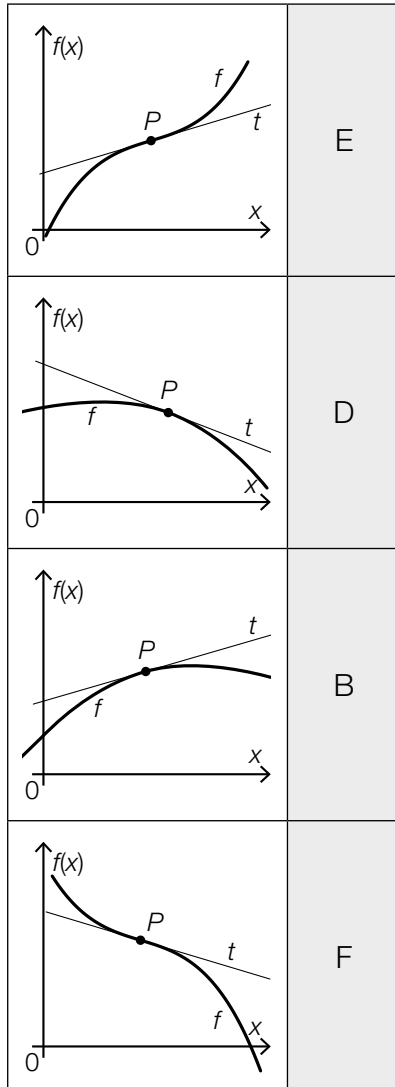
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 17

Kurvenverlauf

Lösungserwartung:



A	$f'(x_p) > 0$ und $f''(x_p) > 0$
B	$f'(x_p) > 0$ und $f''(x_p) < 0$
C	$f'(x_p) < 0$ und $f''(x_p) > 0$
D	$f'(x_p) < 0$ und $f''(x_p) < 0$
E	$f'(x_p) > 0$ und $f''(x_p) = 0$
F	$f'(x_p) < 0$ und $f''(x_p) = 0$

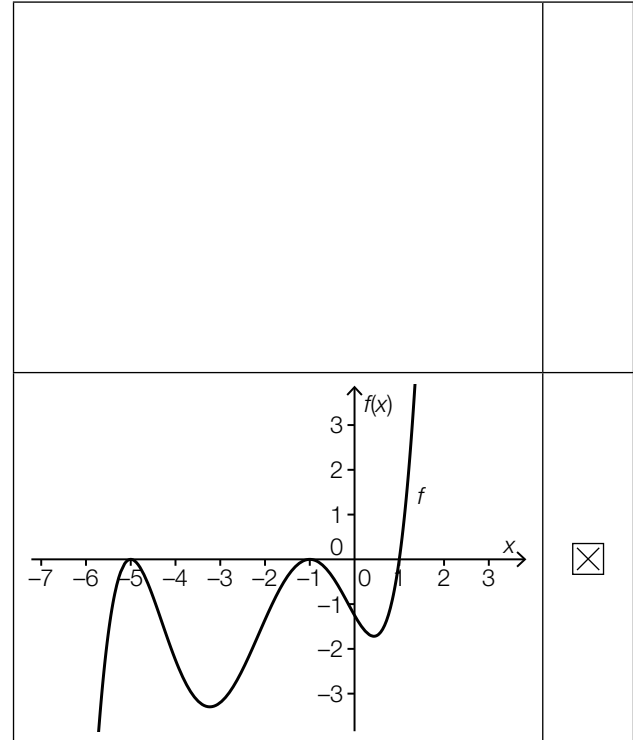
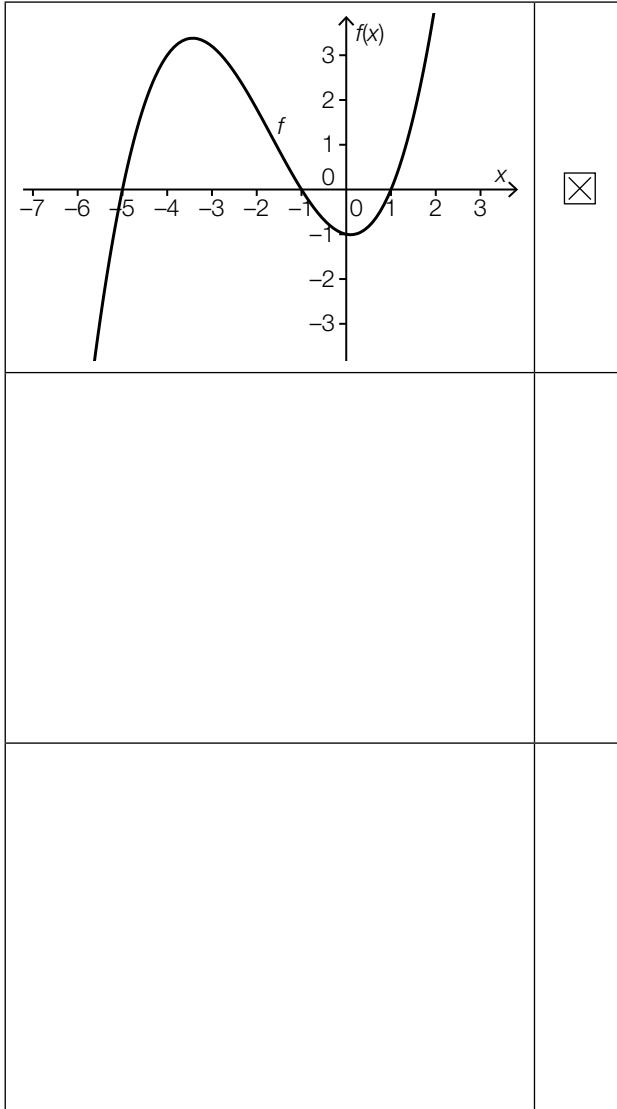
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jeder der vier Abbildungen ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist. Bei zwei oder drei richtigen Zuordnungen ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 18

Vergleich bestimmter Integrale

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Abbildungen angekreuzt sind.

Aufgabe 19

BIP 2018

Lösungserwartung:

$$385,71 \cdot 0,025 = 9,642... \approx 9,64$$

Leistungsbilanzüberschuss: 9,64 Milliarden Euro

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 20

Zahlenliste

Lösungserwartung:

$\frac{X_{20} + X_{21}}{2}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Zahl angekreuzt ist.

Aufgabe 21

Lieblingsfach

Lösungserwartung:

$$\frac{47}{47 + 241} = \frac{47}{288} = 0,1631... \approx 0,163$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Schulkind Mathematik als Lieblingfach angegeben hat, beträgt ca. 16,3 %.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Grundkompetenz: WS 2.3

Aufgabe 22

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Lösungserwartung:

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens zwei weiße Kugeln zu ziehen, ist 0,9.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine schwarze Kugel zu ziehen, ist 0,9.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 23

Zimmerbuchung

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

X ... Anzahl der Zimmerbuchungen (von den 40 Zimmerbuchungen), die storniert werden

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 40$ und $p = 0,1$.

$$P(X \leq 2) = 0,2228... \approx 22,3 \%$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass an diesem Termin von den 40 Zimmerbuchungen höchstens 5 % storniert werden, beträgt ca. 22,3 %.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Grundkompetenz: WS 3.2

Aufgabe 24

Konditionierungsexperiment

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$h = \frac{40}{50} = 0,8$$

$$0,91 - 0,8 = 0,11$$

$$a = 0,8 - 0,11 = 0,69$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Grundkompetenz: WS 4.1

Aufgabe 25 (Teil 2)

Fallschirmsprung

a) Lösungserwartung:

a1) mögliche Deutungen:

Im Zeitintervall $[5; 10]$ nimmt die Fallgeschwindigkeit (in m/s) des Fallschirmspringers pro Sekunde durchschnittlich um w zu.

oder:

Die mittlere Beschleunigung des Fallschirmspringers im Zeitintervall $[5; 10]$ beträgt w (in m/s^2).

a2) mögliche Deutung:

Zum Zeitpunkt t_1 ist die Momentanbeschleunigung genauso hoch wie die mittlere Beschleunigung im Zeitintervall $[5; 10]$.

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Ausgleichspunkt für eine richtige Deutung.

Grundkompetenz: AN 1.3

a2) Ein Punkt für eine richtige Deutung.

b) Lösungserwartung:

$$\text{b1) } 4000 - \int_0^{30} v_1(t) dt = 2543,8... \approx 2544$$

Der Fallschirm wird in einer Höhe von ca. 2544 m geöffnet.

$$\text{b2) } \int_{30}^x v_2(t) dt = 2543,8...$$

$$x = 531,7... \approx 532$$

Die Zeitdauer des gesamten Fallschirmsprungs beträgt ca. 532 s.

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss.

b2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „s“ nicht angegeben sein muss.

c) Lösungserwartung:

c1) mögliche Vorgehensweise:

$$9,81 \cdot 9 - v_1(9) = 38,192... \approx 38,19$$

$v_1(9)$ ist um ca. 38,19 m/s kleiner als v^* .

c2) mögliche Vorgehensweise:

$$\frac{9,81 - v_1'(9)}{9,81} = 0,84958... \approx 0,8496$$

Die Beschleunigung unter Berücksichtigung des Luftwiderstands ist um ca. 84,96 % geringer als jene ohne Berücksichtigung des Luftwiderstands.

Lösungsschlüssel:

- c1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m/s“ nicht angegeben sein muss.
c2) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 26 (Teil 2)

Wachstumsprozesse

a) Lösungserwartung:

$$a1) N_{t+1} - N_t = 0,05 \cdot (2000 - N_t) \text{ mit } N_0 = 0$$

a2) mögliche Vorgehensweise:

$$N_{t+1} = N_t + 0,05 \cdot (2000 - N_t) = 0,95 \cdot N_t + 100$$

$$\Rightarrow \text{Für } N_0 = 0 \text{ ist } N_6 > 500.$$

Nach 6 Tagen sind erstmals mehr als 25 % der Passagiere erkrankt.

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Punkt für eine richtige Differenzgleichung, wobei „ $N_0 = 0$ “ nicht angegeben sein muss. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

Toleranzintervall: [5; 6]

b) Lösungserwartung:

$$b1) N_{t+1} = (1 - r) \cdot N_t + r \cdot S \Rightarrow a = 1 - r \text{ und } b = r \cdot S$$

$$r = 1 - a$$

$$S = \frac{b}{r} = \frac{b}{1 - a}$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$\text{I: } 9,8 = 5 \cdot a + b$$

$$\text{II: } 14,41 = 9,8 \cdot a + b$$

$$a = 0,960... \approx 0,96 \text{ und } b = 4,997... \approx 5,00$$

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die beiden richtigen Lösungen. Andere Schreibweisen der Lösungen sind ebenfalls als richtig zu werten.

b2) Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

c) Lösungserwartung:

$$\text{c1) } 15000 = 1000000 \cdot (1 - e^{-k \cdot 1}) \Rightarrow k = 0,01511... \Rightarrow k \approx 0,0151 \text{ pro Woche}$$

$$\text{c2) } 500000 = 1000000 \cdot (1 - e^{-k \cdot t_0}) \Rightarrow t_0 = 45,8... \Rightarrow t_0 \approx 46 \text{ Wochen}$$

Lösungsschlüssel:

c1) Ein Gleichungspunkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „pro Woche“ nicht angegeben sein muss.

Grundkompetenz: FA 1.7

c2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Woche“ nicht angegeben sein muss.
(Die Lösung kann je nach Rundung von k von der angegebenen Lösung abweichen.)

Aufgabe 27 (Teil 2)

Quiz mit Spielbrett

a) Lösungserwartung:

$$a1) P(A) = p^2 + 2 \cdot p^3 \cdot (1 - p)$$

a2) mögliche Vorgehensweise:

$$f(p) = p^2 + 2 \cdot p^3 \cdot (1 - p)$$

$$f'(p) = 2 \cdot p + 6 \cdot p^2 - 8 \cdot p^3$$

$$f''(p) = 2 + 12 \cdot p - 24 \cdot p^2$$

$$f'''(p) = 0 \Rightarrow p_1 = 0,6318... \approx 0,632 \quad (p_2 = -0,1318...)$$

$$(f''''(0,6318...) \neq 0)$$

Bei $p \approx 0,632$ wächst die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ am stärksten.

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

b) Lösungserwartung:

$$b1) E(Y) = 100 \cdot 0,8 - 100 \cdot 0,2 = 60$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$E(Z) = 60$$

$$\sigma = 8$$

$$\text{Es gilt: } P(E(Z) - 2 \cdot \sigma \leq Z \leq E(Z) + 2 \cdot \sigma) \approx 0,954 \Rightarrow z_1 \approx 44, z_2 \approx 76 \Rightarrow [44; 76]$$

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung.

b2) Ein Punkt für ein richtiges Intervall, wobei die Angabe der beiden richtigen Werte ohne Intervallschreibweise als richtig zu werten ist.

Toleranzintervall für z_1 : [44; 45]

Toleranzintervall für z_2 : [75; 76]

c) Lösungserwartung:**c1) mögliche Interpretation:**

$M(n)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass Maria genau die Hälfte der Fragen richtig beantwortet.

oder:

$M(n)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die Spielfigur nach n Fragen auf dem Feld mit der Zahl 0 steht.

$$\begin{aligned} \text{c2) } \tilde{M}(n^*) &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot n}} \\ \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot n^*}} &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot n}} \quad \Rightarrow \quad n^* = 4 \cdot n \end{aligned}$$

Lösungsschlüssel:

c1) Ein Ausgleichspunkt für eine richtige Interpretation.

Grundkompetenz: WS 3.1

c2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 28 (Teil 2)

Ozonmessungen

a) Lösungserwartung:

a1) mögliche Vorgehensweise:

$$v(t) = 0,125 \cdot t$$

t ... Zeit in s

$v(t)$... Geschwindigkeit des Wetterballons in m/s zum Zeitpunkt t

$$v(t_1) = 6 \Rightarrow t_1 = \frac{6}{0,125} = 48$$

$$\int_0^{48} v(t) dt = 144$$

Die Höhe des Wetterballons über der Wetterstation zum Zeitpunkt t_1 beträgt 144 m.

a2) mögliche Vorgehensweise:

verbleibende senkrechte Strecke bis zum Start der Messung:

$$2000 - 220 - 144 = 1636$$

$$\frac{1636}{6} + 48 = 320,6$$

Das Messgerät beginnt seine Aufzeichnungen ca. 321 s nach dem Start.

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „s“ nicht angegeben sein muss.

b) Lösungserwartung:

$$b1) V(h) = \frac{6,3}{\left(1 - \frac{0,0065 \cdot h}{288,15}\right)^{5,255}} \text{ mit } h \text{ in m, } V(h) \text{ in m}^3$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$V(27873,6) = 1150,351\dots$$

$$\frac{4 \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3 \cdot \pi}{3} = 1150,351\dots \Rightarrow d = 13,0\dots \approx 13$$

Der Durchmesser des Wetterballons, bei dem dieser zerplatzt, beträgt ca. 13 m.

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

b2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss.

c) Lösungserwartung:

c1) mögliche Vorgehensweise:

$$f(h) = a \cdot h^2 + b \cdot h + c$$

$$f(37) = 1$$

$$f(22) = 36$$

$$f'(22) = 0$$

$$f(h) = -\frac{7}{45} \cdot h^2 + \frac{308}{45} \cdot h - \frac{1768}{45}$$

$$c2) \int_7^{37} f(h) dh = 730$$

$$730 \cdot 0,01 = 7,3$$

Dicke dieser Schicht: 7,3 mm

Lösungsschlüssel:

c1) Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

c2) Ein Punkt für die richtige Lösung.