2. Lineare Funktion (=Gerade)

$$f(x) = kx + d \qquad k, d \in \mathbb{R}$$

k...Steigung
d...Schnitt mit der y-Achse: $x = 0: \quad f(0) = d$

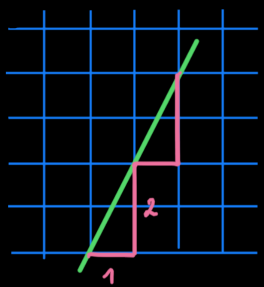
Ist d null, so verläuft die Gerade durch den Ursprung. In dem Fall spricht man von einer *homogenen* Funktion. $S(0/d)$ ist also der Schnittpunkt der Geraden mit der y-Achse.
Eine lineare Funktion mit $d = 0$ beschreibt einen *direkt proportionalen Zusammenhang*.
Das ist:

$$f(x) = k \cdot x$$

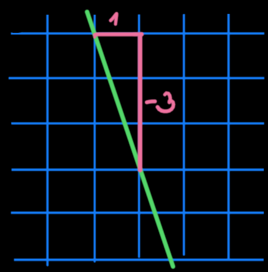
Die Steigung ist ein Verhältnis.
Man kann dieses auf 1 beziehen. Geht man eine Einheit entlang der positiven x-Achse zur Seite, so hat man k Einheiten (je nach Vorzeichen von k) hinauf respektive hinunter zu gehen.

Bsp.:

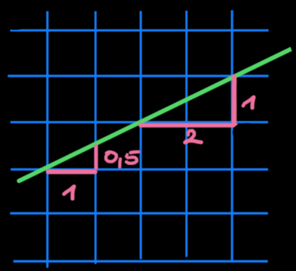
$k = 2$



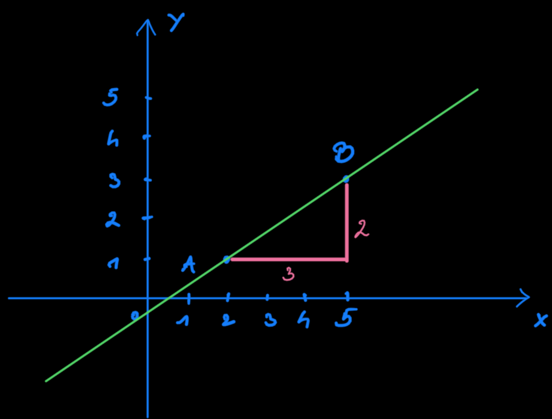
$k = -3$



$k = 0{,}5$



Man kann die Steigung ebenso zwischen zwei Punkten ermitteln.
Bsp.: $A(2/1), \quad B(5/3)$



Die Steigung berechnet man mit Hilfe des Differenzenquotienten.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}$$

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{Differenz\ der\ y\text{-}Koordinaten}{Differenz\ der\ x\text{-}Koordinaten}$$

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-1}{5-2} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Ist $k > 0$ (positiv), so ist die lineare Funktion streng monoton steigend.

Ist $k < 0$ (negativ), so ist die lineare Funktion streng monoton fallend.

Ist $k = 0$ ($d \neq 0$), so verläuft die Gerade parallel zur x-Achse.

2.1 Charakteristische Eigenschaften einer linearen Funktion

- Erhöht man das Argument x um 1, so ändert sich der Funktionswert (y-Wert) additiv um k:

$$f(x+1) = f(x) + k$$

respektive

$$f(x+h) = f(x) + k \cdot h$$

umgeformt gilt:

$$f(x+1) - f(x) = k$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = k$$

Das bedeutet, dass die Steigung einer linearen Funktion konstant ist.

- $$f(0) = d$$

Das heißt, d gibt den Schnitt mit der y-Achse an.

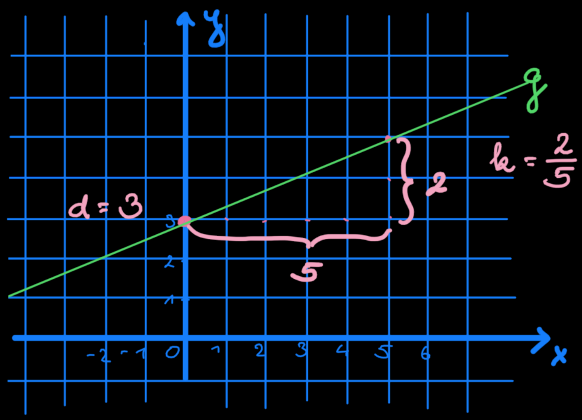
2.2 Darstellung linearer Funktionen

ad k
Nenner zur Seite,
Zähler hinauf/
hinunter

- Funktionsgleichung (Termdarstellung)

  Bsp.: g: $f(x) = \frac{2}{5}x + 3$

- Graph



- Wertetabelle

x	*f(x)*
-2	2,2
-1	2,6
0	3
1	3,4
2	3,8
3	4,2
4	4,6
5	5

Beachte: An der Stelle $x = 0$ lesen wir d ab ($d = 3$).

Beachte: erhöht man x um 1, so wächst der y-Wert um k, also $\frac{2}{5} = 0{,}4$.